構造設計のための
メモランダム
6

ラーメン架構の変形特性とその要因

■ 新耐震設計法と層間変形角

新耐震設計法が，建築基準法施行令の改正の形で近々公布され，政令化される。この新耐震設計法には，地盤と建物の固有周期に基づいた層せん断力係数とその分布，偏心率・剛性分布の制限と外力の割増し，保有耐力の確認など，近年の地震被害からの知見や多くの研究の成果が盛り込まれている。また，変形の制限「地震時の各層の変形角は1/200以下とする」が新たに規定されている。新耐震設計法では，高層のビルの場合，建物の剛性を低下させて固有周期を長くすれば外力も減らしてよいことになり，剛性不足の建物が設計されるおそれがある。変形制限の規定はこれに対する歯止めとなるもので，1/200の値は「高層建築技術指針」の値と同じになつている。

「層間変形角1/200以下」の規定は，RC造やSRC造の建物では，図1に示すような床スラブと壁の面外曲げに期待するラーメン構造を除けば，まず設計の制約になることはないが，鉄骨造の建物，特にブレースを使えない商店建築などに対しては厳しい設計条件となるに違いない。

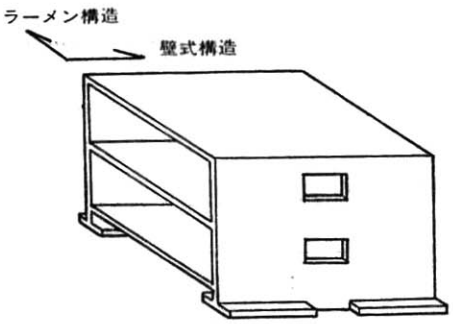


図1 床スラブと壁によるRCのラーメン構造
（層間変形角の検討が必要）

鉄骨造の純ラーメン架構を，新耐震設計法のもとで経済的に設計しようとするさいには，応力と変形の条件をバランスよく満足させる部材の配置と断面の選定が重要なポイントになるので，従来の設計法のもとでは主要な決定条件にならなかつたラーメン架構の変形の特性を把握しておくことが大切になる。今回は，純ラーメン架構の変形が，どのような成分によつて構成され，どのような要因によつて変化するのか考えてみたい。

■ ラーメン架構全体の変形成分

ラーメン架構の変形の特性を巨視的に把握するために，高さ h，幅 b の架構全体を図2のように水平力を受ける高さ h，幅 B の1枚の板に置き換えて考察を進める。なぜ幅 b を幅 B にしたかについては後述する。

この場合，板は面材であるが，水平方向の変形を求める式は板を片持柱と見たてて線材理論により導き，面材を線材として扱つたために生じる影響は必要に応じて考慮することにする。

以上のようなモデル化によつて，架構の変形は片持柱のたわみと同様に扱え，図2に示すように，架構の任意の高さの水平変位 Δ は，せん断変形による水平変位の成分 Δ_{KS} と全体曲げによる水平変位の成分 Δ_B の和で表わせる。図2では架構の足元を固定としてあるが，くいの伸縮などの影響が無視できない場合は，架構全体の回転（ロッキング）による水平

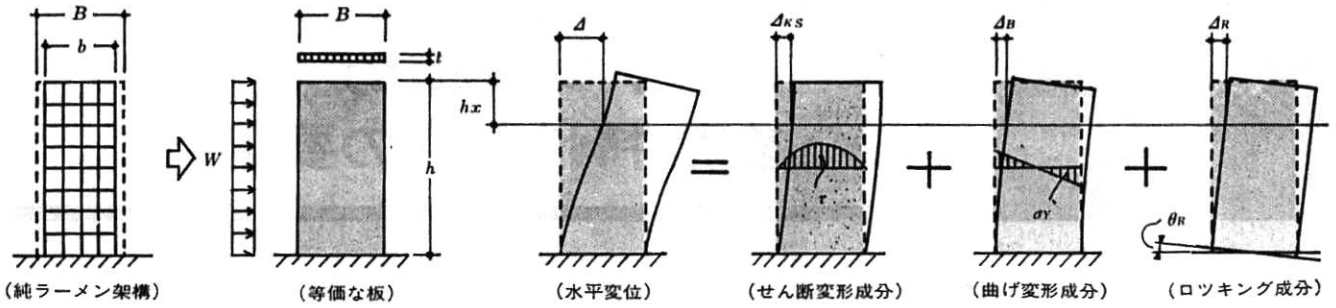


図 2　純ラーメン架構の板への置換えとその変形成分

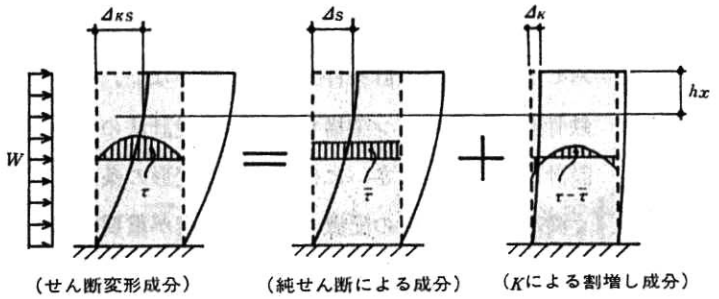


図 3　水平変位のせん断変形成分の分離

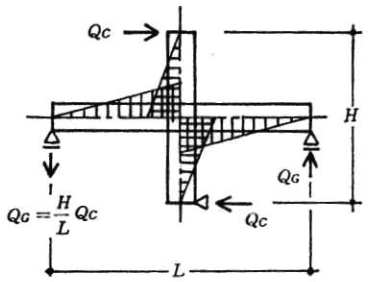
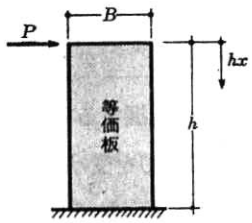
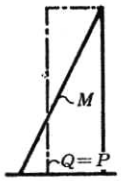
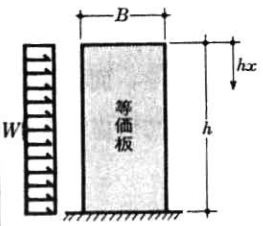
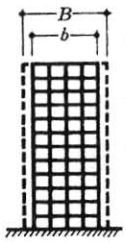


図 4　純ラーメン架構のユニツト

表 1：均質なラーメン架構の水平変位と層間変形角の略算式

		各部の応力	各部の水平変位	各部の層間変形角
頂部集中荷重		$M=Phx$ 	$\Delta=(\bar{K}+\beta)\,\Delta_S$ ……(1) $\bar{K}=1.2$ ……(2) $\beta=\frac{2}{\alpha}\left(\frac{\bar{G}}{E}\right)\cdot\left(\frac{h}{B}\right)^2\cdot(2-x-x^2)$ ……(3) $\Delta_S=\frac{Ph}{\bar{G}\Sigma A_C}(1-x)$ ……(4)	$\gamma=(\bar{K}+\beta)\,\gamma_{S0}$ ……(9) $\bar{K}=1.5-0.4x$, かつ1.2以下 ……(10) $\beta=\frac{6}{\alpha}\left(\frac{\bar{G}}{E}\right)\cdot\left(\frac{h}{B}\right)^2\cdot(1-x^2)$ ……(11) $\gamma_{S0}=\frac{P}{\bar{G}\Sigma A_C}$ ……(12)
等分布荷重		$M=\frac{1}{2}Whx^2$ $Q=Wx$	$\Delta=(\bar{K}+\beta)\,\Delta_S$ ……(5) $\bar{K}=1.2$ ……(6) $\beta=\frac{1}{\alpha}\cdot\left(\frac{\bar{G}}{E}\right)\cdot\left(\frac{h}{B}\right)^2\cdot\frac{(1-x)(3+2x+x^2)}{(1+x)}$ ……(7) $\Delta_S=\frac{Wh}{2\bar{G}\Sigma A_C}(1-x^2)$ ……(8)	$\gamma=(\bar{K}\cdot x+\beta)\,\gamma_{S0}$ ……(13) $\bar{K}=1.5-0.4x$, かつ1.2以下 ……(14) $\beta=\frac{2}{\alpha}\left(\frac{\bar{G}}{E}\right)\cdot\left(\frac{h}{B}\right)^2\cdot(1-x^3)$ ……(15) $\gamma_{S0}=\frac{W}{\bar{G}\Sigma A_C}$ ……(16)
記号の説明	 (等価板の幅Bのとり方) $B=\frac{n}{n-1}\cdot b$ ……(17) ここに b：ラーメン架構の幅 n：柱の本数		Δ：水平変位　Δ_S：純せん断による水平変位 $\bar{K}$：Kによる割増し率 β：全体曲げによる割増し率 α：柱の本数による全体曲げ剛性の補正係数 $\alpha=\frac{n^2-1}{n^2}$ ……(18) ここに，n：柱の本数	γ：層間変形角　γ_{S0}：純せん断による層間変形角（ただし，$x=1$の位置の値） $\bar{G}$：ラーメン架構の見かけのせん断弾性係数 $\bar{G}=\frac{H}{\Sigma A_C}\cdot\Sigma K_C$ ……(19) ここに，H：階高　A_C：柱の断面積 K_C：純せん断による柱の剛性（表2） E：ラーメン架構の材料のヤング係数

変位の成分 Δ_R が追加され，さらに架構の底面が直線を保てなくなることによる影響を考慮する必要も生じてくる。

せん断変形による水平変位の成分 Δ_{KS} には，全体曲げによつて発生する鉛直方向の応力 σ_Y の影響でせん断応力 τ の分布が直線でなくなることによる，水平変位の割増し分が含まれているから，Δ_{KS} は 図3のように τ の分布が直線で平均値 $\bar{\tau}$ のとき，すなわち純せん断による成分 Δ_S と，全体曲げに伴う割増し成分 Δ_K に分離できる。なお，σ_Y はラーメン架構の柱の軸力に，τ は同じく柱のせん断力にそれぞれ対応している。

以上を整理して(1)式に示す。

（水平変位）（純せん断）（$\bar{K}$ による増）（全体曲げ）

$$\Delta = \Delta_S + \Delta_K + \Delta_B \quad \cdots\cdots(1)$$

ここで，

$$\bar{K}=(\Delta_S+\Delta_K)/\Delta_S \qquad \beta=\Delta_B/\Delta_S \quad \cdots\cdots(2)$$

を定義して(1)式に代入すると

$$\Delta=(\bar{K}+\beta)\Delta_S \quad \cdots\cdots(3)$$

が得られる。

(3)式によれば，架構の $\Delta_S, \bar{K}, \beta$ が求められれば，架構全体の変形特性をつかめることになる。これらの計算式を表1に示す。なお表1の層間変形角は，水平変位を高さ方向に微分して得られたものである。この層間変形角に階高を乗じれば層間変位が求められる。

■ 純せん断による変形の成分

図4は，均質で無限の広がりを持つた純ラーメン架構の中から，或る節点の上下の柱と左右のはりを，おのおのの階の中央とスパンの中央で切つて取り出したラーメンの1ユニットを示している。このユニットには鉛直方向の外力が作用しないから，全体曲げの影響を受けない。したがつてこのユニットの層間変位が純せん断による層間変位であり，層間変位／階高が純せん断による層間変形角である。

1つのユニットがせん断力を受けると，柱とはりにはそれぞれ曲げ変形とせん断変形が生じ，シアパネルはせん断変形する。これらの変形による層間変位は表2に示すように，変形成分ごとに別々に計算することができ，これらの和がユニットの層間変位になる。

（純せん断による層間変位）（柱の曲げ）（柱のせん断）（はりの曲げ）

$$\delta = {}_C\delta_B + {}_C\delta_S + {}_G\delta_B$$

（はりのせん断）（シアパネル）

$$+ {}_G\delta_S + {}_P\delta_S \quad \cdots\cdots(4)$$

(4)式は，鉄骨造の場合の純せん断による層間変位の成分を表わしている。一般に，鉄骨造の建物の変形は柱・はりの曲げ変形が支配的で，柱・はり・シアパネルのせん断変形による影響は無視しうるとするのが定説のようであるが，この定説は大スパンの工場建築のように柱・はりがスレンダーな場合にあてはまるのであつて，層間変形角が1/200以下の規定を満足するようなビル建築の場合には，せん断変形による層間変位（$\delta_S={}_C\delta_S+{}_G\delta_S+{}_P\delta_S$）が曲げ変形による層間変位（$\delta_B={}_C\delta_B+{}_G\delta_B$）より大きくなることがある。この傾向はベアリングウオールのように短スパンのラーメンになるほど顕著になる。表2の式を使えば，せん断変形による層間変位を容易に計算できる。

表2の式を用いて純せん断による層間変位 δ が求まると，純せん断による柱の剛性 K_C（武藤式略算法の D 値に対応する）を(5)式により求めることができる。

$$K_C=Q_C/\delta \quad \cdots\cdots(5)$$

表2の式はすべて，材料の定数と部材の形状で値が定まる項と，柱のせん断力 Q_C との積で表わされているから，(5)式の Q_C は消去されることになり，当然のことながら Q_C が未定でも純せん断による柱の剛性 K_C を計算することができる。表2の式を用いると，剛域やせん断変形を考慮したRCやSRCの柱の剛性も単純な式で求められる。表2をミニコンに組み込むと大いに便利である。

ここでもう一度，純ラーメン架構の変形が，どのような成分で構成されているか整理してみよう。

（水平変位）（純せん断）（$\bar{K}$による増）（全体曲げ）

$$\Delta = \Delta_S + \Delta_K + \Delta_B \quad \cdots\cdots(6)$$

$$\updownarrow$$

（層間変位）（柱の曲げ）（柱のせん断）（はりの曲げ）

$$\delta = {}_C\delta_B + {}_C\delta_S + {}_G\delta_B$$

（はりのせん断）（シアパネル）

$$+ {}_G\delta_S + {}_P\delta_S$$

(6)式は水平変位 Δ で表現したが，これを層間変形角 γ（表1）で表現し，下段の式を階高で割れば，矢印は等号（＝）になる。

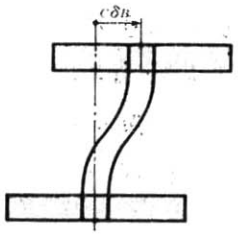
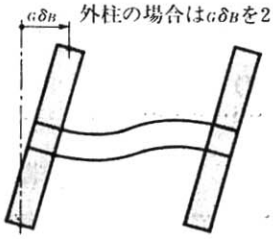
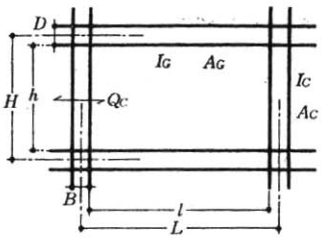
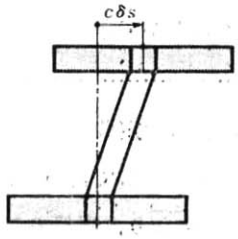
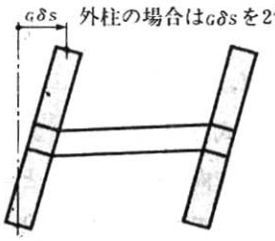
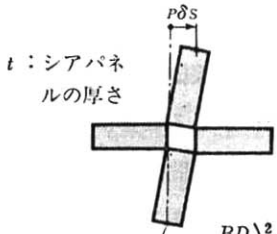
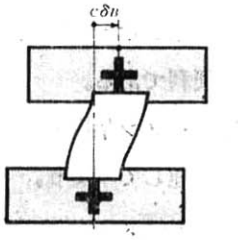
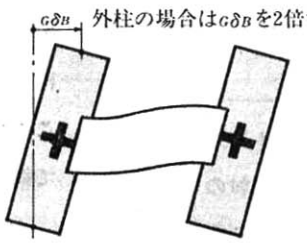
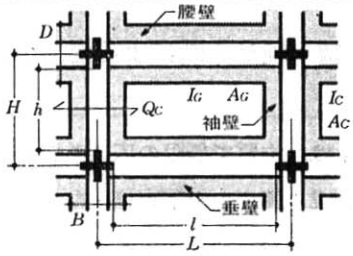
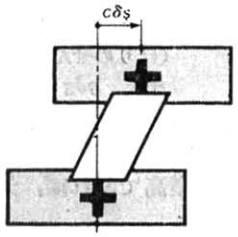
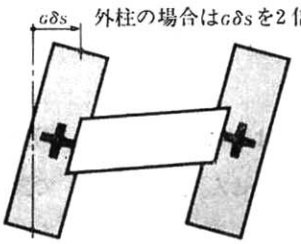
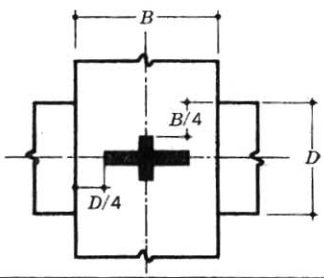
鉄骨造のビル建築の変形を検討するさい，適当な略算式がないために，柱とはりの曲げ変形だけを考慮した層間変位

($_C\delta_B+{}_G\delta_B$) を計算し，この値を見て可否を判断してきた人が意外に多いのではなかろうか。(6)式にまとめたように，ラーメン架構の変形は架構全体としてみれば3成分からなり，その基本成分である純せん断による変形（表2から求まる層間変位）はさらに5成分で構成される。したがつて，合計7成分のうち $_C\delta_B$, $_G\delta_B$ 以外の5成分の変形を無視して可否の判断をしたことになるわけで，これに気づかずに同じことを新耐震設計法の施行後に行なえば，施行令に抵触するとして，剛性確保のための設計変更を指示される可能性は充分あるといえる。

■ ラーメン架構と等価な板の幅と厚さ

$\bar{K}$ による変形の割増しと全体曲げによる変形の増加がどの程

表 2：純せん断によるラーメンの成分別層間変位と柱の剛性の略算式

鉄骨造	部材の曲げ変形による層間変位 δ_B	 $_C\delta_B=\frac{h^3}{12EI_C}\cdot Q_C$ ……(1)	 外柱の場合は $_G\delta_B$ を2倍する $_G\delta_B=\frac{l^3}{12EI_G}\left(\frac{H}{L}\right)^2\cdot Q_C$ ……(2)	 $\delta={}_C\delta_B+{}_C\delta_S+{}_G\delta_B+{}_G\delta_S+{}_P\delta_S$ $K_C=Q_C/\delta$（柱の純せん断剛性）
	部材のせん断変形による層間変位 δ_S	 $_C\delta_S=\frac{h}{A_C\cdot G}\cdot Q_C$ ……(3)	 外柱の場合は $_G\delta_S$ を2倍する $_G\delta_S=\frac{l}{A_G\cdot G}\left(\frac{H}{L}\right)^2\cdot Q_C$ ……(4)	 t：シアパネルの厚さ $_P\delta_S=\frac{h^2}{BDtG}\left(\frac{1-\frac{BD}{lh}}{1+\frac{B}{l}}\right)^2\cdot Q_C$ ……(5)
鉄筋コンクリート造	部材の曲げ変形による層間変位 δ_B	 $_C\delta_B=\frac{h^3}{12EI_C}\cdot Q_C$ ……(6)	 外柱の場合は $_G\delta_B$ を2倍する $_G\delta_B=\frac{l^3}{12EI_G}\left(\frac{H}{L}\right)^2\cdot Q_C$ ……(7)	 $\delta={}_C\delta_B+{}_C\delta_S+{}_G\delta_B+{}_G\delta_S$ $K_C=Q_C/\delta$（柱の純せん断剛性）
	部材のせん断変形による層間変位 δ_S	 $_C\delta_S=\frac{h}{A_C\cdot G}\cdot Q_C$ ……(8)	 外柱の場合は $_G\delta_S$ を2倍する $_G\delta_S=\frac{l}{A_G\cdot G}\left(\frac{H}{L}\right)^2\cdot Q_C$ ……(9)	〔剛域のとり方〕 

度になるかを調べるために，ラーメン架構をそれと等価な板に置き換えて，板の変形性状を調べてみることにしたい。まず，ラーメン架構と等価な板の幅と厚さについて考えてみよう。

板の幅をラーメン架構の幅 b にとると，板の τ の分布は図5の曲線 τ_b のようになり，板の縁では $\tau=0$ でなければならないのに，板の縁の τ に相当する外柱のせん断力はゼロにはならない。また，各柱の断面積が等しいとすると，外柱の支配幅が中柱の1/2となるために，板の単位幅当りの断面積，すなわち板の厚さは図5の t_b のように外側が内側の2倍にしなくてはならなくなり，不連続なものになる。この板が全体曲げを受けると，それによつて生じる鉛直応力度 σ_Y の分布も不連続になつてしまう。

以上の不合理を解消するために，ラーメン架構と等価な板の幅として，ラーメン架構の幅 b に左右1/2スパンを加えた幅 B を採用すると，図5に示すように，τ の分布は曲線 τ_B になつて外柱の位置での τ がゼロでなくなり，板の厚さ t がどこでも一定の t_B になつて全体曲げによる鉛直応力度 σ_Y の分布もなめらかになる。

幅 B と幅 b の間には，柱の本数を n として(7)式が成立する。

$$B=b\cdot n/(n-1) \quad \cdots\cdots(7)$$

また，板の厚さは柱の断面積の和を ΣA_C とすれば(8)式で表わされる。

$$t=\Sigma A_C/B \quad \cdots\cdots(8)$$

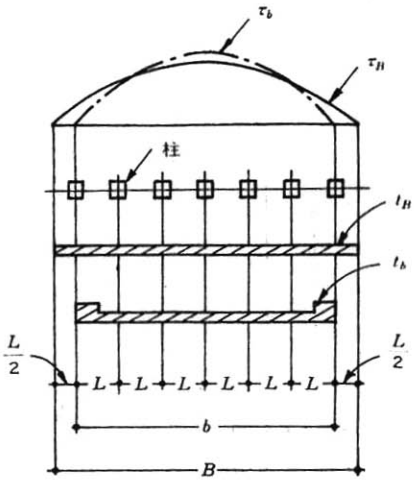


図5　ラーメンの架構と等価な板の幅のとり方（$b\rightarrow B$）

■　等価な板のせん断弾性係数

無開口板のせん断弾性係数 G と縦弾性係数 E の比（G/E）は材料によつて固有の値（鋼材では1/2.6，コンクリートでは1/2.3）になるが，開口のある板に相当するラーメン架構の場合には，柱・はりが曲がるために板としてのせん断剛性が低下し，せん断弾性係数 G が無開口板の値より小さくなる。これをラーメン架構と等価な板の見かけのせん断弾性係数という意味で $\bar{G}^{\star}$ と表現する。

ラーメン架構と等価な板の見かけのせん断弾性係数 $\bar{G}$ は，ラーメン架構の純せん断による柱の剛性の和 ΣK_C（表2）から求められる。(5)式をもとに，階高 H，柱の全断面積 ΣA_C を用いると(9)式のように展開できる。

$$\Sigma K_C=\frac{\Sigma Q_C}{\delta}=\frac{\Sigma Q_C/\Sigma A_C}{\delta/H}\cdot\frac{\Sigma A_C}{H}=\frac{\bar{\tau}}{\gamma}\cdot\frac{\Sigma A_C}{H} \quad \cdots\cdots(9)$$

せん断弾性係数は $\bar{G}=\bar{\tau}/\gamma$ と定義できるから，これを(9)式に代入して(10)式が得られる。

$$\bar{G}=(\Sigma K_C)\cdot H/\Sigma A_C \quad \cdots\cdots(10)$$

★$\bar{G}$ の値の範囲

材料がせん断応力（τ）を受けて，せん断変形するときの関係式は(a)式で表わされる。

$$\gamma=\tau/G \quad \cdots\cdots(a)$$

また，考えている階の鉛直荷重時における柱の平均的な軸方向応力度を $\bar{\sigma}$，その階のせん断力係数を c とすると地震荷重時の柱の平均せん断応力度 $\bar{\tau}$ は(b)式で表わされる。

$$\bar{\tau}=c\bar{\sigma} \quad \cdots\cdots(b)$$

(a)式の G を $\bar{G}$ と読み換え，(b)式を代入すると，建物の純せん断変形角 γ_S について(c)式が得られる。

$$\gamma_S=c\bar{\sigma}/\bar{G} \quad \cdots\cdots(c)$$

本文で述べたように，ラーメン架構の層間変形角には，純せん断による層間変形角の他に，柱のせん断力分布による割増しと全体曲げによる割増しがある。この2つの割増しは図12を参照すれば，$\bar{G}/E\leqq 1/50$ で層間変形角が最大になる付近で見ると，純せん断による層間変形角の1.1～1.7倍になつている。したがつて，層間変形角を1/200以下に押えようとすれば，(c)式について次の関係が成立する。

$$c\bar{\sigma}/\bar{G}=\gamma_S\leqq 1/(220\sim 340) \quad \cdots\cdots(d)$$

(d)式において，$c=0.2$ とすれば，

$\bar{\sigma}=0.2\text{t/cm}^2$ のとき $\bar{G}\geqq 8.8\sim 13.6\text{t/cm}^2$

$\bar{\sigma}=0.6\text{t/cm}^2$ のとき $\bar{G}\geqq 26.4\sim 40.8\text{t/cm}^2$

$\bar{\sigma}=1.0\text{t/cm}^2$ のとき $\bar{G}\geqq 44.0\sim 68.0\text{t/cm}^2$

となる。これを $\bar{G}/E$ で表わせば，$\bar{G}=8.8\sim 68.0$ のとき $\bar{G}/E\fallingdotseq 1/240\sim 1/30$，$\bar{G}=13.6\sim 44.0$ のとき $\bar{G}/E\fallingdotseq 1/150\sim 1/50$ となる。

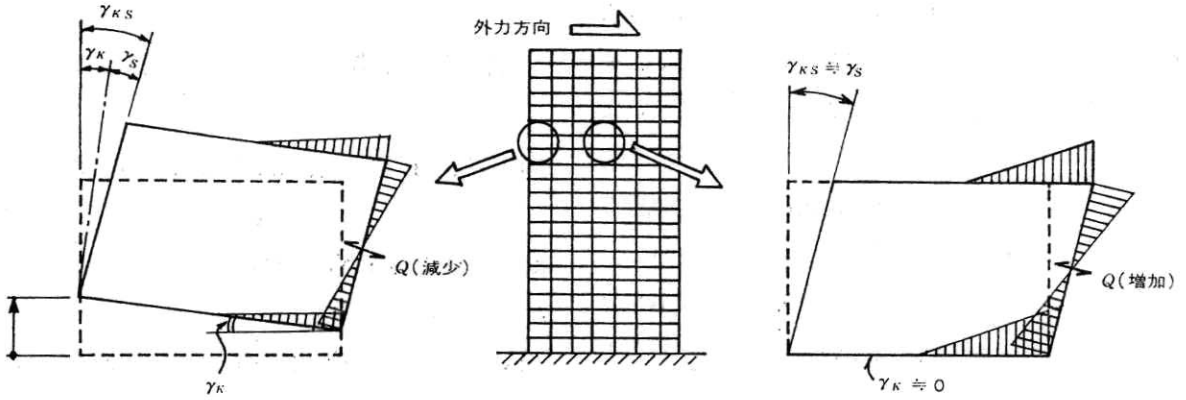


図 8　純ラーメン架構中間層の中央部と側部の状態（概念図）

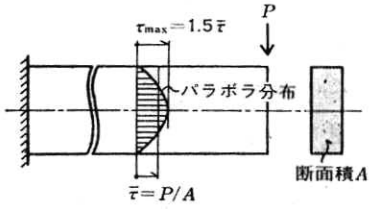


図 6　線材理論による長方形断面のはりの τ 分布

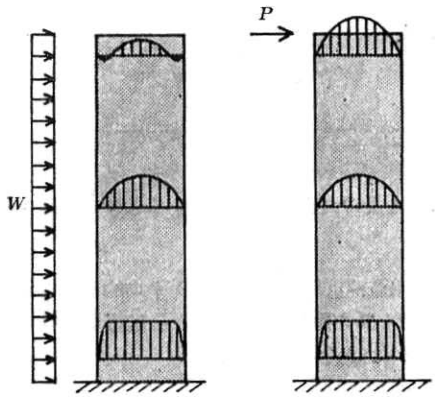
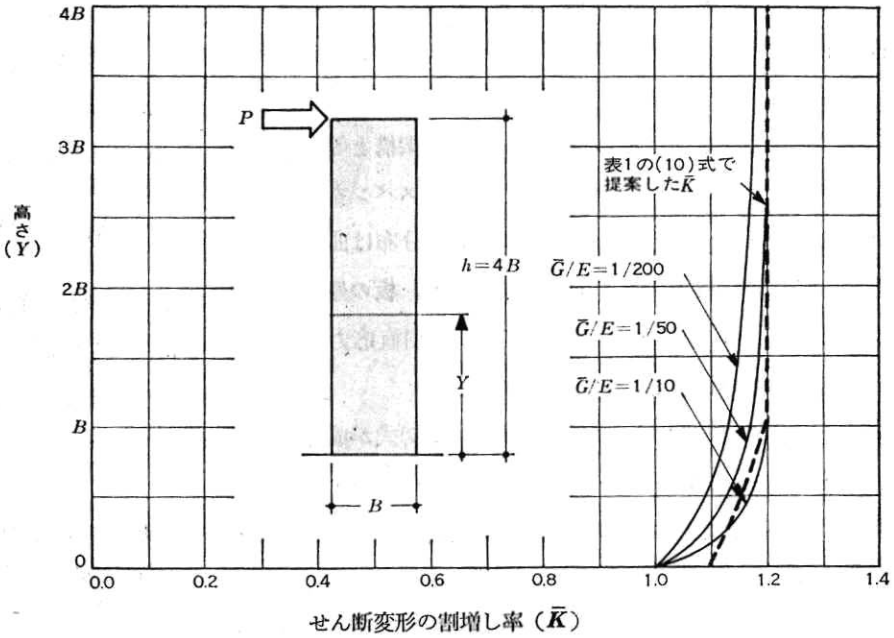


図 7　ラーメンと等価な板の τ の分布



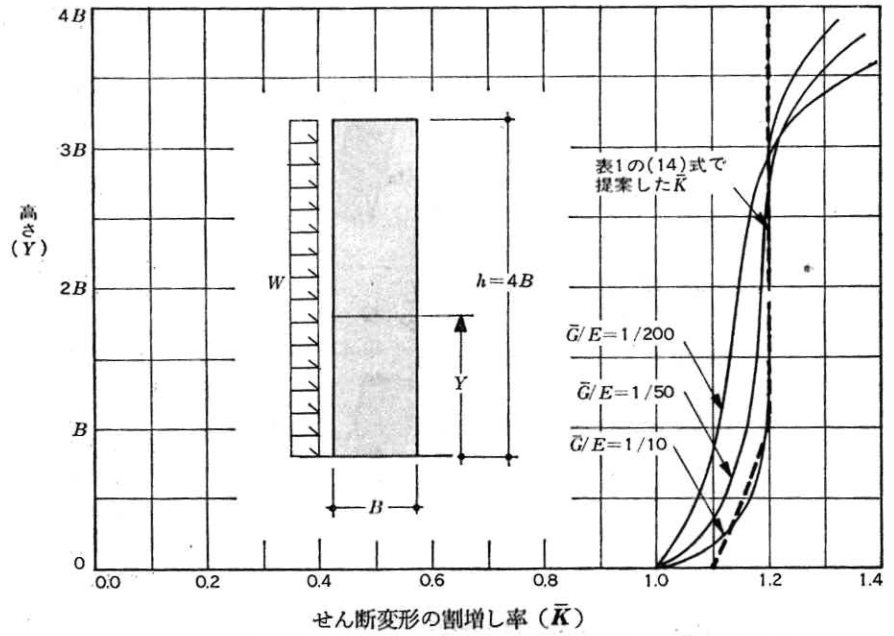


図 9　等価板の有限要素解析の結果から求めたせん断変形割増し率 $\bar{K}$（$h/B=4$ の場合）

ラーメン架構と等価な板の縦弾性係数は，柱やはりが曲がることの影響を受けないので，本来の E と同じである。

以上の結果をもとに，ラーメン架構を，高さ h，幅 B，厚さ t，弾性係数が $\bar{G}$ と E の無開口の板に置換し，有限要素法を用いて平面板の解析を行なえば，τ（柱のせん断力）と σ_Y（柱の軸力）の分布や，$\bar{K}$ の変化を巨視的に調べることができる。τ，σ_Y の分布や，$\bar{K}$ の変化に t は影響しないので，これを除き，(h/B) と $(\bar{G}/E)$ の2つの無次元量をパラメーターとすればラーメン架構の特性を把握できることになる。

有限要素法による等価板解析のケーススタディは，

$\bar{G}/E=1/5,\ 1/10,\ 1/20,\ 1/50,\ 1/100,\ 1/200$

$h/B=0.5,\ 1.0,\ 2.0,\ 4.0$

の合計 $6\times4=24$ ケースについて行なつた。

■ $\bar{K}$ によるせん断変形の増加

線材理論によれば，断面が長方形のはり（板）にせん断力が作用すると，図6のようにはりのせん断応力度 τ は材軸と直角方向にパラボラ（放物線）を描いて分布し，中央の最大値 τ_{max} は平均せん断応力度 $\bar{\tau}$ の1.5倍（$K=1.5$）になる。また，このときのせん断変形量は，$\tau=\bar{\tau}$ としたときのせん断変形量の1.2倍（$\bar{K}=1.2$）になる。ここでは，応力度 τ の割増し係数として K を，変形の割増し係数として $\bar{K}$ を用いることにする。

τ の分布は，ラーメン架構の柱のせん断力の分布に対応するが，ラーメン架構でも図6のようにパラボラ分布するのだろうか。図7は高さが幅の4倍（$h/B=4$）の場合の有限要素法による平面板の解析結果であるが，中間層では τ はパラボラ分布しており $K\fallingdotseq1.5$ になつている。同じ条件でラーメン架構を線材解析した結果（図17・18）でも，同様の結果が得られている。ラーメン架構の足元では，τ の分布は中央部がほとんど平坦で両縁で急激に低下してゼロになり，$K\fallingdotseq1.0$ になつている。この理由は，足元が固定されているために，中間層のように σ_Y（柱の軸力）の分布が平面保持の仮定どおり直線とならず，純せん断を受けたときのように変形するためである。ラーメン架構の足元周辺では固定条件の影響を受けるので，h/B の小さな架構は全体が足元と似た状態になる。また，図7の等分布荷重を受ける場合の頂部の τ の分布は特異であるが，線材解析の結果とも一致しており，外柱には逆せん断力が発生し，中央の柱の K は2～3と中間層より大きくなつている。この理由を明快に説明することは困難であるが，外力としてのせん断力と全体曲げモーメントのバランスに起因するものと思われる。

図8は τ がパラボラ分布する理由をラーメン架構として説明するための概念図で，柱・はりは直線（実際は曲がる）で描いてある。なお，外柱のせん断力は，パラボラ分布する板の τ を，柱の中心から左右1/2スパン計1スパンの幅について積分した値になるので，特殊な部分を除けばゼロにはならない。図8の側部では，全体曲げによつてその層より下にある柱が伸び，節点が上に移動する。これに伴つて γ_K の層間変形角が生じるが，中央部では $\gamma_K\fallingdotseq0$ である。剛床の仮定により層間変形角はどこでも等しいので，純せん断によるラーメンの層間変形角 γ_S（柱のせん断力）は側部で少なくなり，せん断力の分担も減少する。その減少分のせん断力を補うため中央部で変形が増加する。柱に平均せん断力を発生させるような純せん断による層間変形角 $\bar{\gamma}_S$ と中央部の γ_S の比が K になるわけである。

ラーメン架構の変形に影響する $\bar{K}$ は，主として検討しようとしている位置（高さ Y）を等価な板の幅 B で割つた (Y/B) で決定されるが，$(\bar{G}/E)$，(h/B) 荷重分布にも若干影響される。

図9は，高さと幅の比 (h/B) が4.0の場合について，ラーメン架構の層間変形角に影響を与える $\bar{K}$ が $(\bar{G}/E)$ によつて，どのように変化するかを調べた結果である。この $\bar{K}$ は，有限要素法による等価板の解析結果から層間変形角を求め，その層間変形角と表1の(9)・(13)式の γ が等しくなるような $\bar{K}$ を探し出して得られた値である。したがつて，$\bar{K}$ には建物の幅と足元の固定条件の影響が考慮されている。

図9を見ると中間部の $\bar{K}$ は線材理論の値1.2にほぼ等しく，足元で急激に1.0に近づいてゆく。$\bar{K}$ が足元で1.0になるのは，足元を固定としたために鉛直変位が生じていないからである。板としての曲げ剛性がせん断剛性に比べて大きい，すなわち，$(\bar{G}/E)$ が小さくなるほど，その影響範囲が広がつてゆく。また等分布荷重を受ける場合の頂部では，$\bar{K}$ は $(\bar{G}/E)$ が小さくなるほど大きな値になつており，図7に示した τ の特異な分布と対応している。

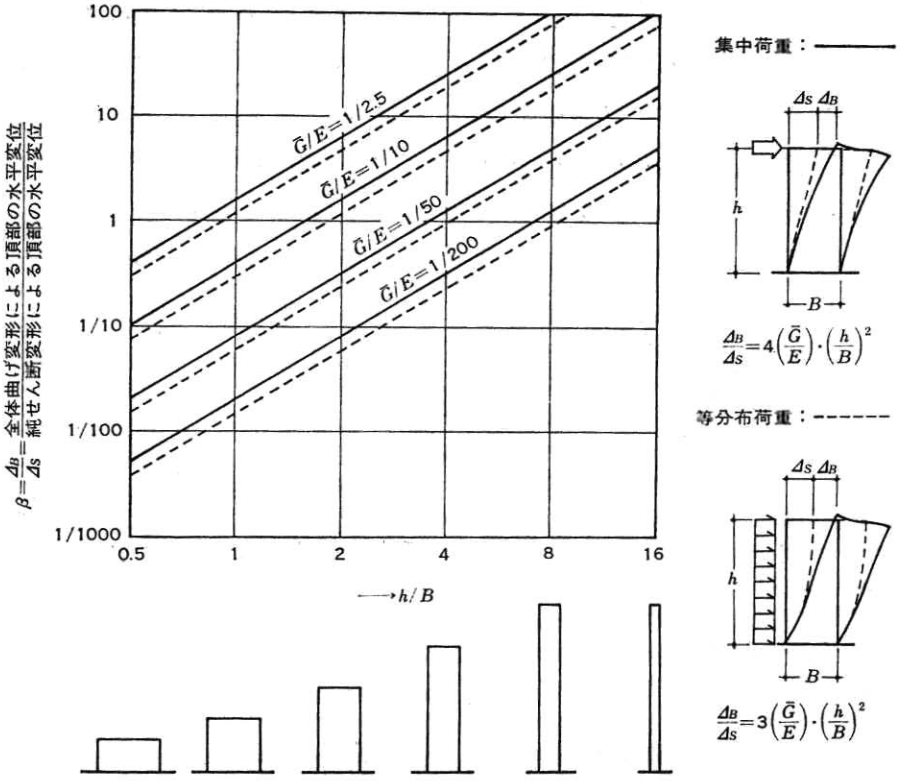


図 10　ラーメン架構の頂部の水平変位における全体曲げ変形と純せん断変形の比 β（表 1 の略算式による）

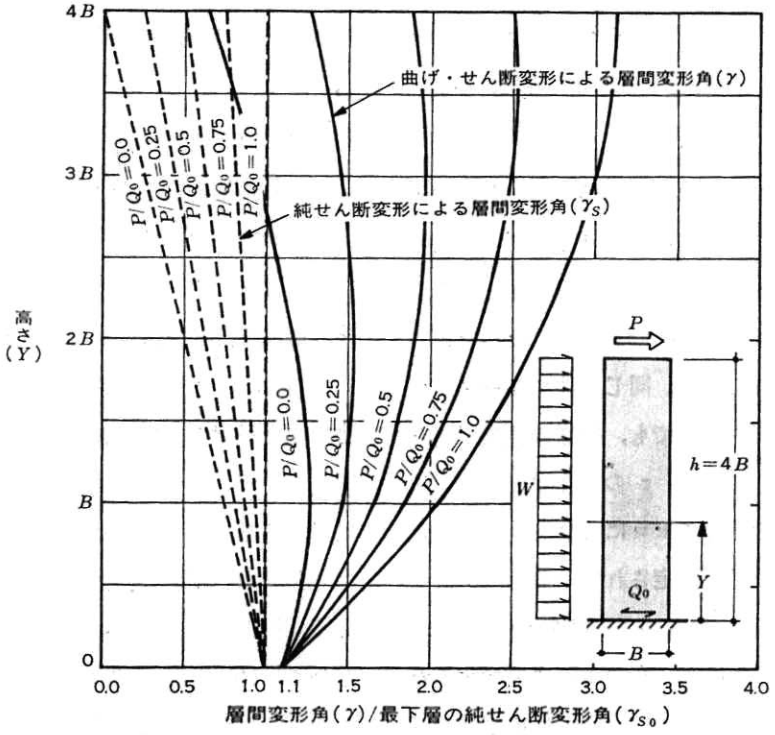


図 11　等分布荷重と頂部集中荷重を受ける均等ラーメンの層間変形角
（$\alpha=1.0$, $h/B=4$, $\bar{G}/E=1/50$ の場合）

一般の鉄骨のビルでは，$(\bar{G}/E)$ の値は 1/50～1/150 であり，実際の建物では固定条件が成立しないことや，新耐震設計法では建物頂部の水平力が等分布でなく集中荷重に近い形になることを考慮すると，図9に破線で示したような $\bar{K}$ を用いて，純ラーメン架構の層間変形角を表1により求めれば，ほぼ安全側の値が得られる。

建物の1次固有周期を重力法によつて計算するような場合には，各階の重量を水平力として作用させたときの建物の頂部の水平変位量を求める必要がある。頂部の水平変位は，各層の層間変位の和としても求められるが，$\bar{K}=1.2$（一律）として表1の(1)・(5)式により求められる。$\bar{K}$ が下層で 1.2～1.1 に低下することを無視したための頂部の水平変位の誤差は，図9の集中荷重の場合で1％である。

■ 全体曲げによる変形の増加

ラーメン架構の全体曲げ変形を考えるために，まず，ラーメン架構全体としての断面2次モーメント I を求める。I は各柱の断面積にその柱からラーメン架構の中心線までの距離の自乗を乗じた値の和であるから，ラーメン架構の幅を b とし，柱の本数を n，柱の断面積を A_C とすれば，均等スパンの場合の断面2次モーメント I は(11)式で表わされる。

$$I=\frac{1}{12}\cdot\frac{n^2-1}{(n-1)^2}\cdot b^2\Sigma A_C \quad \cdots\cdots(11)$$

これを，(7)式を用いてラーメン架構と等価な板の幅 B で表わせば(12)式が得られる。

$$I=\frac{n^2-1}{n^2}\cdot\frac{1}{12}B^2\Sigma A_C=\alpha\cdot\frac{1}{12}B^2\Sigma A_C \quad \cdots\cdots(12)$$

(12)式において，$(B^2\Sigma A_C/12)$ は等価板の断面2次モーメントであるから，α は柱の本数による全体曲げ剛性の補正係数とみることもできる。

次に，等分布荷重 W を受けるラーメン架構の全体曲げによる水平変位を求めてみよう。片持ばりの線材理論を適用すれば，頂部から hx の点の全体曲げによる水平変位 Δ_B は，(12)式を考慮して(13)式で表わせる（x は頂部で0，足元で1.0の上から測つた無次元高さである）。

$$\Delta_B=\frac{Wh^3}{24EI}\cdot(3-4x+x^4)$$

$$=\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{Wh^3}{2EB^2\Sigma A_C}\cdot(3-4x+x^4) \quad \cdots\cdots(13)$$

また，同じ点の純せん断による水平変位 Δ_S はラーメン架構の見かけのせん断弾性係数 $\bar{G}$ を用いて(14)式で表わされる。

$$\Delta_S=\frac{Wh}{2\bar{G}\Sigma A_C}(1-x^2) \quad \cdots\cdots(14)$$

ここで，(2)式で定義した全体曲げによる水平変位の割増し率 β（$=\Delta_B/\Delta_S$）は(13)，(14)式によつて求められ，(15)式が得られる。

$$\beta=\frac{1}{\alpha}\cdot\left(\frac{\bar{G}}{E}\right)\cdot\left(\frac{h}{B}\right)^2\cdot\frac{(1-x)(3+2x+x^2)}{(1+x)} \quad \cdots\cdots(15)$$

(15)式によれば，純せん断による水平変位に対する全体曲げによる水平変位の割合 β は，位置によつても変わるが，特定の位置では $(\bar{G}/E)$ に比例し，(h/B) の自乗に比例して増加することが分る。この比例関係は(15)式の等分布荷重の場合だけでなく頂部集中荷重の場合にも，また層間変形角に関しても成立する（表1参照）。

図10は，ラーメン架構のプロポーション (h/B) と $(\bar{G}/E)$ が変化すると，架構の頂部での $\beta(=\Delta_B/\Delta_S)$ がどの程度の値になるかを示している。高さが幅の8倍の場合には，$\bar{G}/E=1/200$ としても β は100％となつており，全体曲げによる水平変位を無視できないことが分る。また，高さが幅の1/2の場合は $\bar{G}/E=1/50$ としても β は2％以下であり，全体曲げの影響は無視しうることが分る。

図11は，等分布荷重と頂部集中荷重を受けるラーメン架構の層間変形角 γ の分布を示している。計算式は表1の式によつている。この図の γ は，最下層の純せん断による層間変形角 γ_{S0} を単位として描いてあるので，等分布荷重（$P/Q_0=0$）の場合，γ は最大値で γ_{S0} の約1.25倍，すなわち $\bar{K}$ と β による γ の増加は γ_{S0} の約25％ということになるが，これを高さ Y の点での純せん断による層間変形角 γ_S（図中の破線）に対する倍率でみると，$Y=0$ で10％，$Y=2B$ で130％，$Y=4B$ の頂部では無限大となつてしまう。実際の建物では最上層のせん断力がゼロにはならないので無限大とはならないが，いずれにしても，層間変形角 γ に占める全体曲げによる層間変形角の割合は，図11のように高さが幅の4倍にもなると非常に大きくなる。図11で注目しておきたいのは，頂部の集中荷重の割合が増すにつれて，層間変形角が最大になる

高さ Y が上昇してゆくことである。なお，γ の曲線が横軸と 1.1 の点で交わるのは，$Y=0$ のときの $\bar{K}$ を 1.1 としたためである。

図12は，ラーメン架構の (h/B) と $(\bar{G}/E)$ が変化すると，層間変形角 γ とその分布がどのように変わるかを総括的に示そうとしたグラフで，最下層の純せん断による層間変形角 γ_{S0} を単位として描いてある。図中の同じ (h/B) の実線と破線の間隔が，$\bar{K}$ と β による層間変形角の割増し分になつている。$(\bar{G}/E)$ が大きいほど，また (h/B) が大きいほど，全体曲げによる層間変形角の割合が多くなることがよく分る。

以上のように，全体曲げによる水平変位や層間変形角は，ラーメン架構の高さと幅の比に大きく支配されるので，建物の変形を考えるさいには，建物のプロポーションに気を配ることが大切である。

■ 表1・表2の略算式の適用例

ここで，鉄骨造の純ラーメン架構の例題に表1・表2の略算式を適用して水平変位と層間変位を計算し，他の解析方法による結果と比較してみたい。

例題に用いる架構は，図13に示すような，柱が BOX，はりが I 形断面の鉄骨造の純ラーメン架構で，等価板としての高さと幅の比は $h/B=4$（表1の(17)式）である。柱の本数による全体の曲げ剛性の補正係数 α（表1の(18)式）と柱の断面積の和 ΣA_C も図13に示した。

次に，ラーメン架構の見かけのせん断弾性係数 $\bar{G}$ を求めるこ

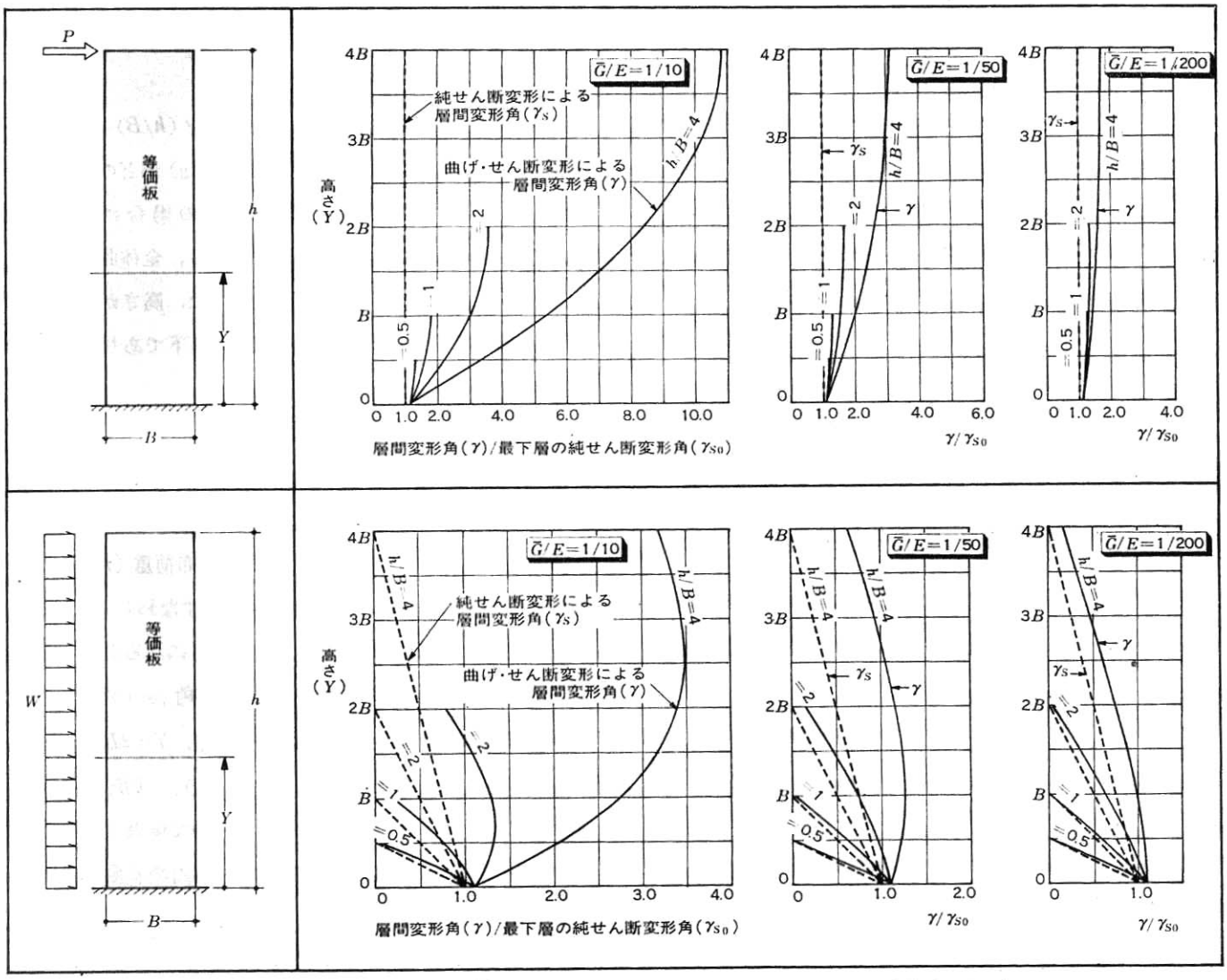


図 12　ラーメン架構の h/B，$\bar{G}/E$ の変化と層間変形角（γ）の分布（表1の略算式による）

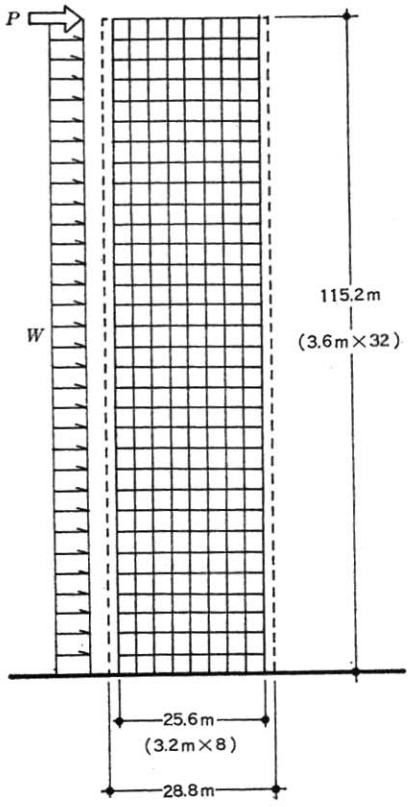
とになるが，その手順を表3に示す。はりのスパンが小さいこの例題では，層間変位に占めるはりのせん断変形による層間変位の割合がかなり大きくなつている。表3には，シアパネルがなく，柱・はりは曲げ変形しかしないと扱つた場合の見かけのせん断弾性係数 $\bar{G}_B$ も計算してある。この例題の $\bar{G}_B$ は正確に計算した $\bar{G}$ に比べて約8％剛い程度であるが，柱がBOX断面でなく，H形鋼を使用する場合のようにシアパネルが薄い場合には，剛性の計算値の誤差はさらに大きくなる。

以上の準備計算により得られる α, $\bar{G}/E$, h/B, ΣA_C, $\bar{G}$ を表1の(1)～(16)式に代入すれば，頂部集中荷重または等分布荷重を受けるラーメン架構の任意の位置（高さ）の水平変位と層間変形角を計算することができる。頂部集中荷重と等分布荷重を同時に受ける場合は，おのおのの計算値の和を求めればよい。

図14・15は，表1の略算式により求めた水平変位の分布（全体変形曲線）を，マトリックス変位法による骨組解析の結果および，等価板の有限要素法解析の結果と並べて示したものである。これら3つの全体変形曲線を重ねてみると，視覚的にはまつたく一致する。頂部の水平変位の計算値では，表1の略算式による値が骨組解析による値より3～5％大きな値になつている。図14・15には，シアパネルがなく柱・はりは曲げ変形しかしないものとして扱つた場合（K と β による割増しも無視）の全体変形曲線も示してある。その場合の頂部の水平変位は，骨組解析による値の40％前後にしかならない。

骨組解析に用いたマトリックス変位法では，柱・はりの曲げ変形とせん断変形，シアパネルのせん断変形に加えて，柱の軸方向変形が考慮されており，ラーメン架構の左右の柱が伸縮している様子がよく分る。また，頂部集中荷重の場合は，各層ほぼ一定のせん断変形に，上層ほど大きな全体曲げ変形が加算されるので，全体変形は曲げ部材的なパターンとなつており，上層ほどせん断変形が減少する等分布荷重の場合とは，そのパターンを異にしている。

図16は，表1の略算式で計算した層間変形角に階高を乗じて得られた層間変位の分布を実線で描き，骨組解析の結果を黒丸でプロットしたものである。等分布荷重の場合の上層部を除けば，表1の略算式による値は，骨組解析結果に対して若



柱：□−550×550×36×36
- A_C=740.2cm²
- I_C=327 510cm⁴ (ϕ=1.0)
- $_SA_C$=396.0cm² (K=1.0)

はり：H−800×350×16×32
- I_G=1.2×383 651cm⁴ (ϕ=1.2)
- $_SA_G$=128cm² (K=1.0)

シアパネル：大きさ=800×550，板厚 72mm

等価板に置換したときの全体曲げ剛性の補正係数(α)

$$\alpha=\frac{n^2-1}{n^2}=\frac{80}{81}=0.988$$

等価板の大きさ：B=28.8m (=3.2×9)，h=115.2m

h/B=4.0

柱の全断面積

ΣA_C=9×740.2=6 661.8cm²

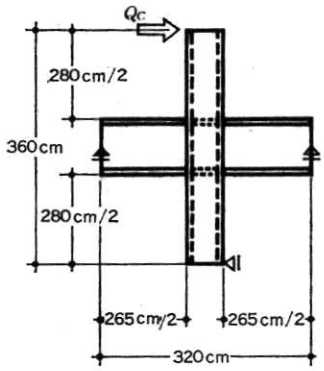
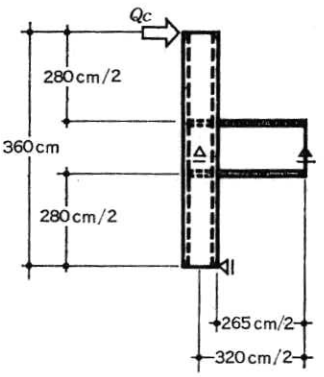
外力条件：case 1　P=1 280t，W=0t

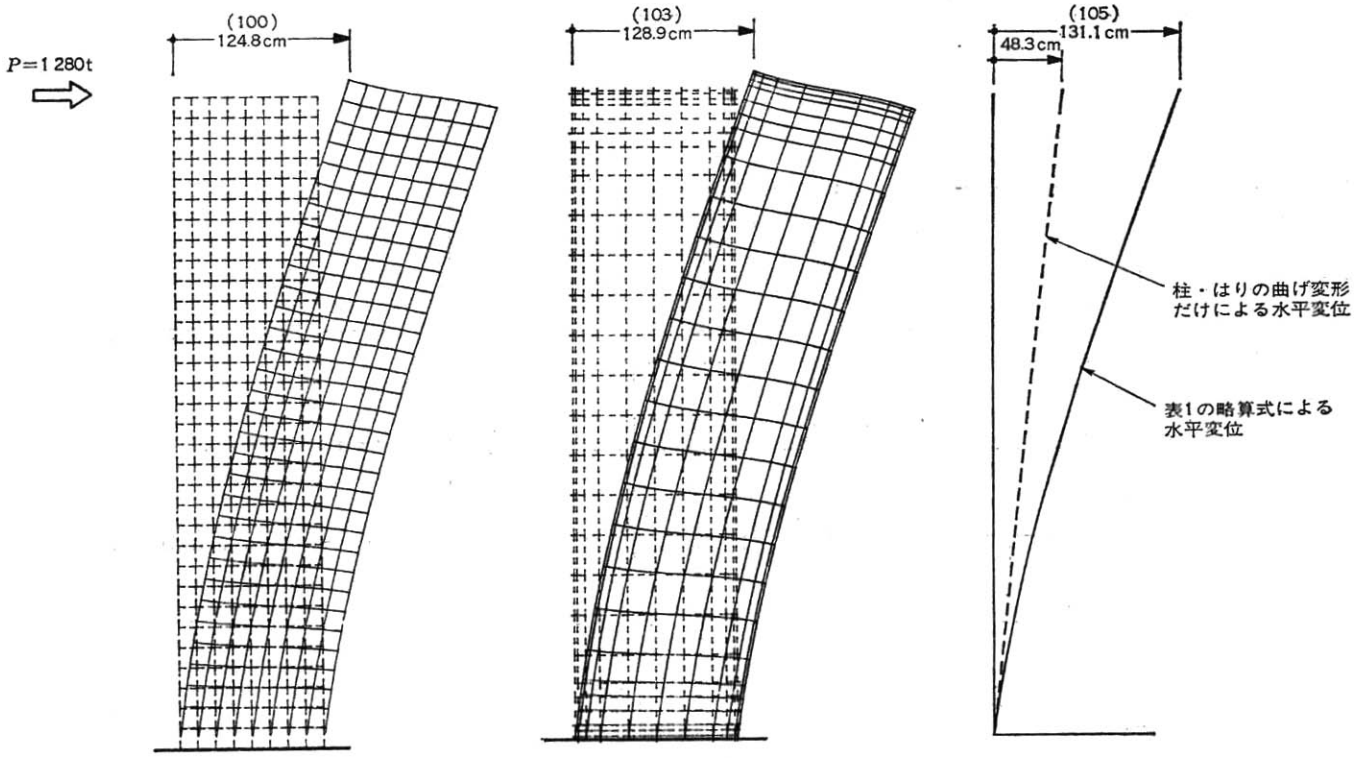
case 2　P=0t，W=1 280t

柱脚支持条件：基礎階の柱はりの交点をピン支持

図 13　例題に用いた架構（8スパン32階建）

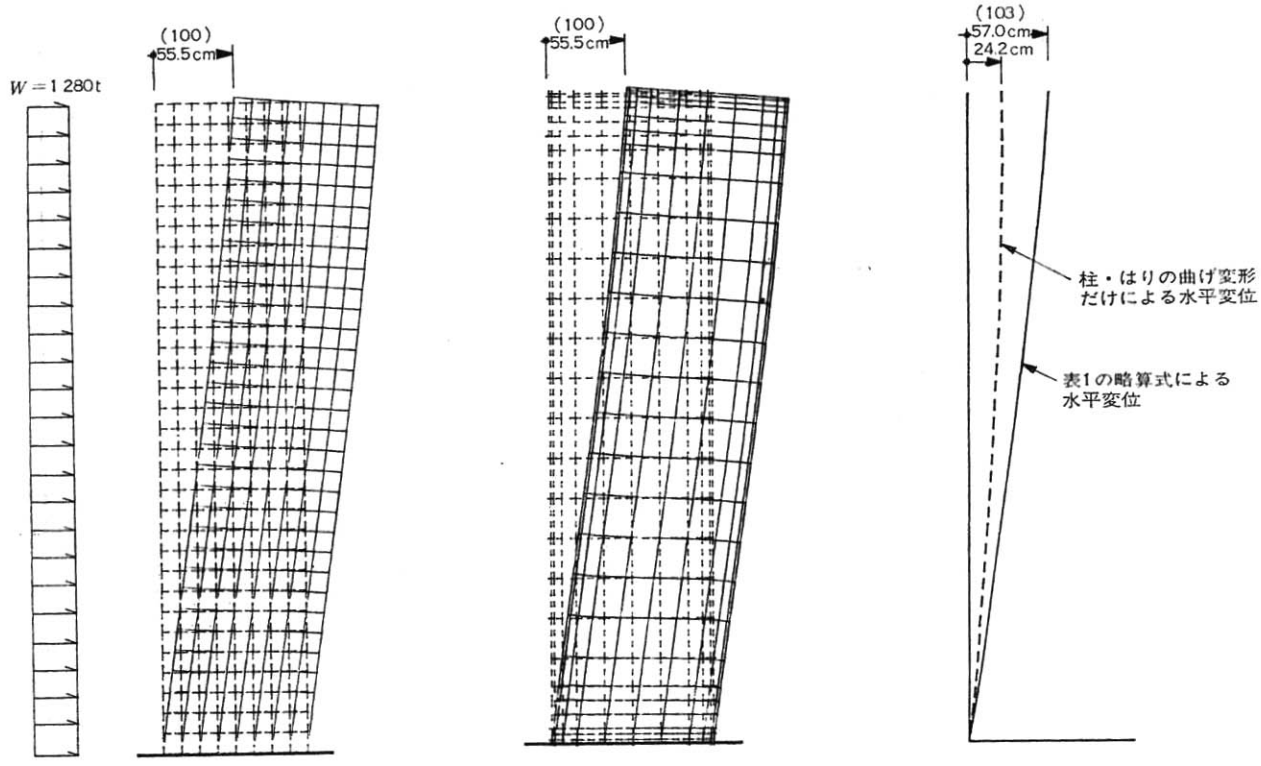
表 3：例題に用いた架構の純せん断剛性の算出

中柱の剛性 $_{中}K_C$ の算出		表2の(1)～(5)式により， 柱（曲げ／せん断）　はり（曲げ／せん断）　シアパネル（せん断） $\delta=0.0027\cdot Q_C+0.0009\cdot Q_C+0.0020\cdot Q_C+0.0032\cdot Q_C+0.0019\cdot Q_C$ (25.0%)　(8.2%)　(19.0%)　(30.4%)　(17.4%) $=0.0107Q_C$ (cm) (100%) $_{中}K_C=Q_C/\delta=93.9$t/cm
外柱の剛性 $_{外}K_C$ の算出		表2の(1)～(5)式により， 柱（曲げ／せん断）　はり（曲げ／せん断）　シアパネル（せん断） $\delta=0.0027Q_C+0.0009Q_C+0.0041Q_C+0.0065Q_C+0.0019Q_C$ (16.7%)　(5.5%)　(25.4%)　(40.8%)　(11.6%) $=0.0160Q_C$ (cm) (100%) $_{外}K_C=Q_C/\delta=62.8$t/cm
$\bar{G}$, $\frac{\bar{G}}{E}$ の算出		表1の(19)式により， $\bar{G}=\frac{H}{\Sigma A_C}\Sigma K_C=\frac{360\text{cm}}{6\,661.8\text{cm}^2}\times(7\times93.9\text{t/cm}+2\times62.8\text{t/cm})$ $=42.3$t/cm^2 $\bar{G}/E=42.3/2\,100=1/49.6\fallingdotseq1/50$
柱・はり・シアパネルのせん断変形，剛域を無視し，柱・はりの曲げ変形だけを考慮した純せん断剛性 $\bar{G}_B$ の算出		柱の曲げ変形による層間変位 $_C\delta_B=\frac{H^3}{12EI_C}Q_C=0.0056Q_C$ (cm/t) はりの曲げ変形による層間変位 $_G\delta_B=\frac{LH^2}{12EI_G}Q_C=0.0043Q_C$ (cm/t) これより $_{中}K_C$, $_{外}K_C$ は次のように求められる $_{中}K_C=Q_C/(_C\delta_B+_G\delta_B)=101$t/cm $_{外}K_C=Q_C/(_C\delta_B+2_G\delta_B)=70.4$t/cm $\bar{G}_B=\frac{H}{\Sigma A_C}\Sigma K_C=\frac{360}{6\,661.8}(7\times101+2\times70.4)$ $=45.8$t/cm^2



注）カッコ内の数値は骨組解析の結果を100としたときの比を示す。

図 14　各種計算法による水平変位量の比較（頂部集中荷重の場合）



注）カッコ内の数値は骨組解析の結果を100としたときの比を示す。

図 15　各種計算法による水平変位量の比較（等分布荷重の場合）

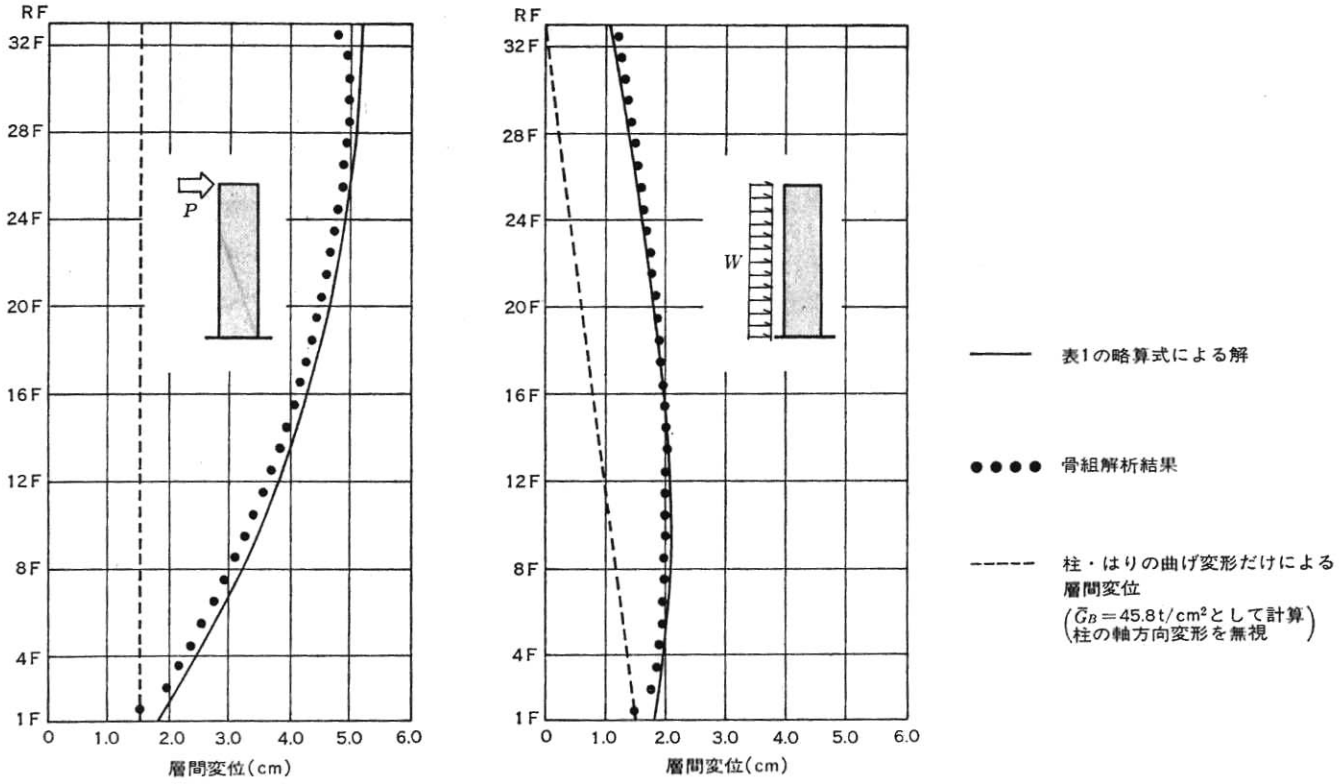


図 16　各種計算法による層間変位量の比較

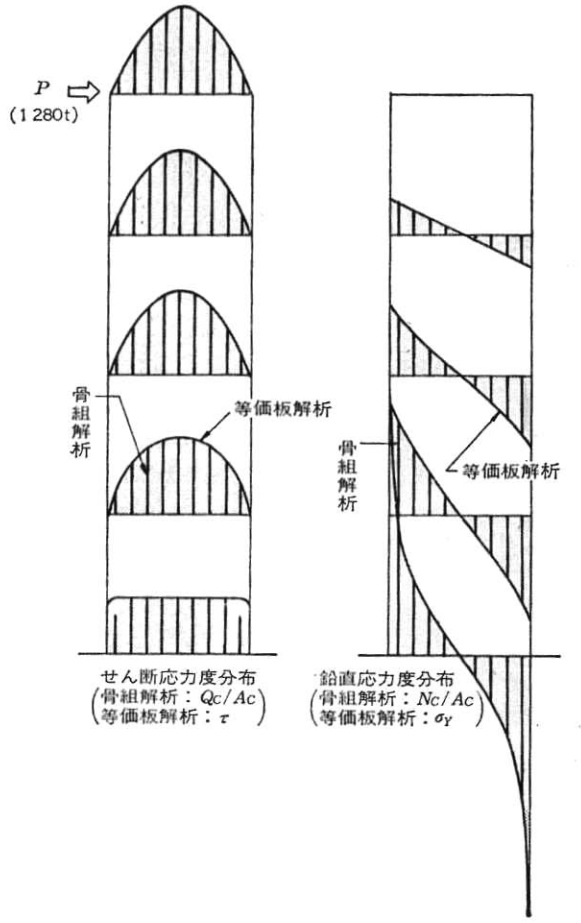


図 17　柱のせん断応力度と鉛直応力度の分布
(頂部に集中荷重を与えた場合)
—骨組解析と等価板解析の比較—

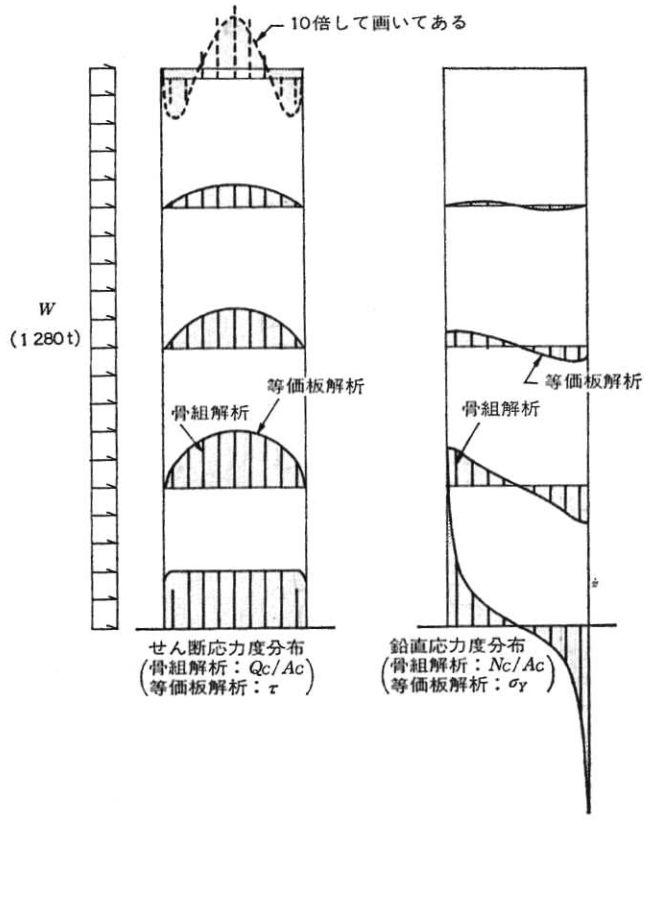


図 18　柱のせん断応力度と鉛直応力度の分布
(等分布荷重を与えた場合)
—骨組解析と等価板解析の比較—

干安全側の値になつている。すでに述べたように，等分布荷重の場合の上層部については，新耐震設計法の地震力が頂部集中形になつているので問題はない。

シアパネルがなく，柱・はりの曲げ変形だけを考慮した場合の層間変位は，図16の中に破線で示してある。

参考までに，骨組解析と等価板の有限要素法解析のさいに得られた，せん断応力度 τ と鉛直応力度 σ_Y の分布を図17・18に示す。鉛直応力度 σ_Y が，ラーメン架構の足元で側部に集中しているのは，足元の固定条件による影響である。

新耐震設計法の「層間変形角≦1/200」という新規定が，主要な設計条件の1つになると思われる鉄骨造の純ラーメン架構を対象にして，その変形特性の要因と影響度を調べ，同時に，ラーメン架構と等価な板の見かけのせん断弾性係数の考え方を導入して，均質なラーメン架構の水平変位と層間変形角を求める略算式を提示した。ラーメン架構の変形は，架構全体としての純せん断変形，$\bar{K}$ によるせん断変形，全体曲げによる変形の和で表わされ，その基本成分である純せん断変形は，柱・はりそれぞれの曲げ・せん断変形とシアパネルのせん断変形の5種の変形の和で表わされることが分つた。これら計8種の変形成分のうち，全体曲げによる変形だけは架構の高さと幅の比が小さい場合に無視しうるが，他の変形はどれも無視できないものであつた。ここでは，架構全体のロッキングについてはあまり触れなかつたが，長いくいを使う場合のように，地震力による基礎の鉛直変位が無視できないときは，ロッキングによる変形を追加する必要がある。いずれにしても，ラーメン架構の変形を考えるさいには，その変形の要因を探しだし，その要因によつてどの変形がどのように変化するのかを把握することが大切だといえよう。

（筆者の方々・㈱日建設計構造設計主管　堀井昌博，同技術主査　和田　章）

参考文献

1) Bertero, V.V., Popov, E.P., Krawinkler, H.; "Beam—Column Subassemblages under Repeated Loading", ASCE. ST 5 (1972)

2) Popov, E.P., Bertero, V.V.; "Seismic Analysis of Some Steel Building Frames", ASCE, EM 1, (1980)

3) 青柳司，堀井昌博，和田章，小山守；"ビル建築の架構の特性（その1），（その2）"，建築技術（1976. 10月号，12月号）

4) 寺本隆幸，和田章，住井牧子；"面置換による平面架構を組み立てた立体架構解析"，日本建築学会大会梗概集（東北）（1973. 10）