昭和６０年7月10日～12日
第9回構造工学における数値
解析法 シンポジウム論文集

# ＭＳＳモデルを用いたビル建築の弾塑性立体振動応答解析法

## Elastic Plastic Dynamic 3-Dimensional Response Analysis by using a Multiple Shear Spring Model

和田　章 1)　　○木下　雅彦 2)

### Ⅰ　序

建物の各層の剛性・耐力を 1本づつのせん断型バネに集約したモデルを用いて、弾塑性地震応答解析が行なわれ、超高層建築が設計され、低層建築にもこれが適用され、これらの研究の成果として今日の耐震設計法が確立されていると考える。しかし、地震時の建物の挙動は、本来立体的であり、直交した２方向を独立に評価することはできない現象である。

しかし、建物を立体的なラーメンとして取り扱い、部材一つ一つの弾塑性性状を考慮して解析することは、膨大な演算時間を要し、現実的な建物の設計にそのまま適用する事は困難である。さらにこの挙動を一般的な形へまとめ、設計法として確立することがまだ難しい段階であることも事実である。だからといって、短絡的に単純なモデルを用いてすべての建物の耐震設計法を一本化することには問題があると考える。一つ一つ建てようとする建物について、それが大地震を受けたときの挙動を出来る限り実際に近い形で予知し、これに対処することで設計をより良いものへ修正して行くことが重要であると考える。このような場合に実用的に利用でき、立体的ラーメンモデルに近い結果を得られ、２方向せん断力の相互作用を考慮し得る弾塑性立体振動応答解析法を展開するのが本論文の目的である。ここでは適用例として、２方向地震動を受ける柱降伏型の低層建物の振動性状について考察する。先に述べたように本解析法は、一般的な設計法を論じる為のプログラムとして考えたものではなく、一つ一つの建物の設計を行なう際に実用的に利用することを第一の目的として開発したものである。

### Ⅱ　解析方法

#### 1　仮定条件

振動解析するためにビル建築構造を次のようにモデル化する。（図１）

①　床は剛床、各階の質量は、それぞれの床面内に均一に分布するものとし、その床の変位の自由度は、床面内水平 2成分、重心鉛直軸回りの回転成分の 3成分とする。

②　立体骨組を梁は剛であり、柱だけが変形し降伏するとして、１本づつの柱を 2方向せん断力の相互作用を考慮し得るせん断型バネに置換し、各階の各柱位置に設置する。

③　必要があれば、柱のせん断型バネの剛性を計算する際に梁の弾性変形の影響を考慮することができる。

④　建物の幅に対して高さが低いRC構造を想定しているので、柱の鉛直方向の伸縮による全体曲げ変形を考慮しない。

⑤　建物の剛性マトリックスを作成する際、各時刻に於ける床の水平方向及び、回転による移動を考慮して移動後の座標を用いることにより、有限変位を考慮した解析を行なう。

#### 2　２方向のせん断力を受ける柱のモデル化

梁降伏型架構や、筋違、耐震壁などの耐震要素が占める割合の大きい建物では、 2方向のせん断力の相互作用の影響は小さいと考えられるが、柱降伏型となる建物では、 2方向のせん断力を同一部材断面が負担するため、 2方向の相互作用を無視できない。既往の研究では、柱の降伏面を円又は楕円として移動硬化則を用いた塑性法則に基づき１軸における復元力特性を２

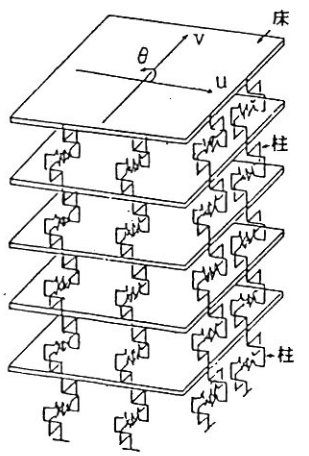



図１　MSSモデルを用いた
建物のモデル化

1）東京工業大学助教授・工博　　2）元東京工業大学大学院生，現在（株）戸田建設

軸に拡張して解析を行なっている。本研究では、柱降伏型の柱モデルを　図２のようにモデル化する。

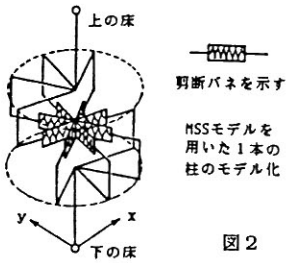



図２

このモデルを MSS（Multiple Shear Spring ）モデルと呼ぶ。これは、１本の柱に対して、水平面内に等間隔の角度で向きを変えた多数のせん断型バネをその柱位置の１点に重ねて設置したモデルである。式１に１本の柱をｎ本のせん断バネでモデル化し、 MSSモデルを用いた場合の増分変位と力の関係を示す。

$$\begin{Bmatrix} Fx \\ Fy \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^{n} Ki \begin{pmatrix} \cos^2\theta i & \cos\theta i \cdot \sin\theta i \\ \cos\theta i \cdot \sin\theta i & \sin^2\theta i \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \end{Bmatrix} + \sum_{i=1}^{n} \begin{Bmatrix} \cos\theta i \\ \sin\theta i \end{Bmatrix} (fi) \qquad \text{-----(1)}$$

ここにｋｉ，ｆｉはそれぞれ１本の柱を置換するために設けた各せん断バネの剛性とバネが受け持っている水平力である。θｉは各せん断バネのＸ軸に対する角度である。Ｆｘ，Ｆｙはこの１本の柱に作用するＸ，Ｙ方向の外力成分，Δｕ，Δｖは Δｔの間に生じるＸ，Ｙ方向の増分変位である。

以下に１方向外力を受ける柱をせん断バネに置換する場合の考え方を述べ、同様な考え方によってこの２軸方向の外力を受ける柱のモデル化に用いる MSSモデルを説明する。

１方向の外力を受ける、曲げ剛性、降伏曲げモーメント、長さがそれぞれＥＩ，Ｍｙ，ｈの柱を考えた時、弾性剛性は 12EI/h³となり降伏せん断力は 2My/hとなる。（図３）　これを一般によく用いられているようなせん断型バネに置換するためにはK=12EI/h³,Qy=2My/hとすればよいのは明かである。（図４）　これを図５に示すように柱の中間部分は剛体と考え、柱頭、柱脚が同時に降伏するとして、その位置の左右のｄだけ離れた位置にＫｚなる垂直バネを４個考え、これらの降伏軸力をＺｙとする。この鉛直バネの伸縮Δｗは Δｕｄ／2hで表わされ、バネは４ケ所についているから、Ｋｚ=h³Ｋ/d²,Ｚｙ=hQy/2dとすることにより、一般のせん断型モデルとまったく同等のモデル化ができることになる。これを立体骨組に適用し、 2方向のせん断力を受ける柱を、柱の中間部分は剛体であり、柱頭、柱脚には鉛直バネが同心円上に分布されているものとしてモデル化する。（図６，図７，図８）

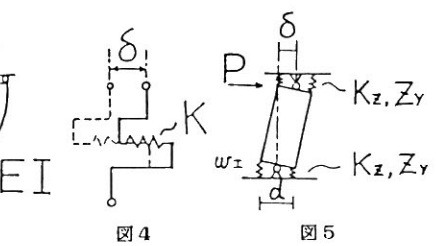



図３　図４　図５

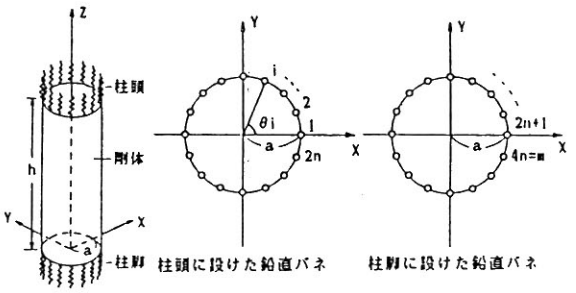



図６　図７　図８

この鉛直バネの剛性と耐力によって柱が２軸方向に変形し降伏する現象を扱う。これは先に示した１方向の外力を受ける柱を柱頭、柱脚に鉛直バネを置きその柱の弾性変形、曲げ降伏現象を再現しようとした考え方と同様である。同心円の半径をａ、柱の長さをｈとし、ｉ個目の鉛直バネが柱の中心からａの距離に、Ｘ軸となす角度θｉの位置にあるとすると、このｉ個目の鉛直バネの上下方向の増分伸縮Δｗｉは（2)式で表わせる。

$$\Delta Wi = \begin{pmatrix} \frac{a\cos\theta i}{h} & \frac{a\sin\theta i}{h} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \end{Bmatrix} \qquad \text{----(2)}$$

この鉛直バネの剛性とその時に持っていた鉛直力をそれぞれｋzi，ｆziとするとΔｗｉによってこの鉛直バネに生じる力Ｚｉは（３）式のようになる。

$$Zi = kzi \cdot \Delta wi + fzi \qquad \text{-----(3)}$$

この一本の鉛直バネの力Ｚｉがもつモーメントを集積した全モーメントが水平力のもつモーメントと釣り合わなければならない。この釣り合い条件を整理すると（４）式のように水平力と鉛直力の関係が求められる。

$$\begin{Bmatrix} Fx \\ Fy \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^{m} \begin{pmatrix} \frac{a}{h}\cos\theta i \\ \frac{a}{h}\sin\theta i \end{pmatrix} (Zi) \qquad \text{-----(4)}$$

ここにｍは鉛直バネの総数であり柱頭と柱脚およびそれぞれの断面において中心をはさんだ両側にあるバネは同一の挙動を起こすから、ｍは先に述べたせん断型バネの数ｎの４倍だけ必要になる。

結果として、一本の柱に作用する外力Ｆｘ，Ｆｙと水平変位⊿ｕ，⊿ｖの関係は（４），（３），（２）式を結ぶことにより（５）式で表わせる。

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_Y \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^{m} \begin{pmatrix} \frac{a\cos\theta_i}{h} \\ \frac{a\sin\theta_i}{h} \end{pmatrix} \left[ k_{zi} \left( \frac{a\cos\theta_i}{h} \quad \frac{a\sin\theta_i}{h} \right) \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \end{Bmatrix} + f_{zi} \right]$$

$$= \sum_{i=1}^{n} 4\frac{a^2}{h^2} k_{zi} \begin{bmatrix} \cos^2\theta_i & \cos\theta_i \cdot \sin\theta_i \\ \cos\theta_i \cdot \sin\theta_i & \sin^2\theta_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \end{Bmatrix}$$

$$+ \sum_{i=1}^{n} \begin{Bmatrix} \cos\theta_i \\ \sin\theta_i \end{Bmatrix} \left( \frac{a}{h} f_{zi} \right) \quad \text{-----(5)}$$

（５）式と（１）式より、４（ａ²／ｈ²）ｋｚｉをｋｉ，（ａ／ｈ）ｆｚｉをｆｉと置換することで、この両式は同一な式であることが分かる。このことよりＭＳＳモデルはせん断バネを水平面内に多数等間隔の角度で配置しているが基本的には柱脚，柱頭にヒンヂを仮定し、そこに柱の材軸方向のファイバーモデルを設定したことと等価であることが分かる。

３　ＭＳＳモデルの持つ特性と既往のＲＣ造柱の２軸曲げ実験結果との比較

本節では、既往のＲＣ造の一本の柱の２軸曲げ加力実験結果の２方向水平変位と復元力の関係を、本解析で用いるＭＳＳ モデルを用いて解析し、各々の論文で紹介されている実験結果と比較する。ここで用いたＭＳＳ モデルは、１本の柱について 8本のせん断型バネを、22.5°間隔の角度で設置したものである。

図９は、個々のバネの復元力特性を完全弾塑性型とし水平面内の変形の動きを円形になるようにして解析した場合の水平面内の変位と復元力との関係を柱１本分について示している。図９の（ａ），（ｂ），（ｃ），（ｄ）はそれぞれＸ、Ｙ方向の変形ｕ，ｖの関係、Ｘ、Ｙ方向の力Ｆｘ，Ｆｙの関係、Ｘ方向の力Ｆｘと変位ｕの関係、Ｙ方向の力Ｆｙと変位ｖの関係を表わしている。変形よりも、復元力の方が角度として先に進んでいることがわかる。これは、黒正、滝口、木村、小林らの実験結果によく類似している。ここには示していないが弾性域では相関のないＦｘとｖ、Ｆｙとｕの間にも影響が表われている。

図10は、バネの復元力特性を D-TRI型とし、水平面

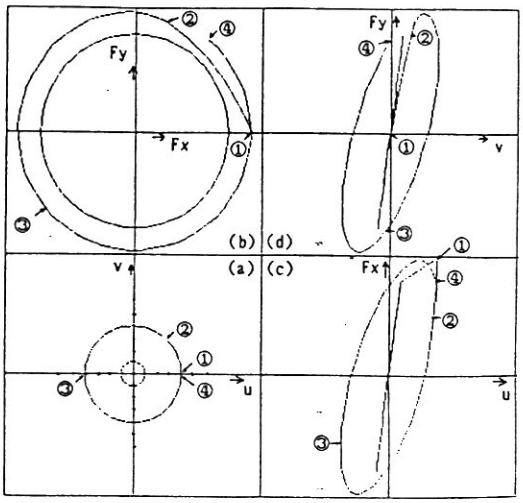


図９

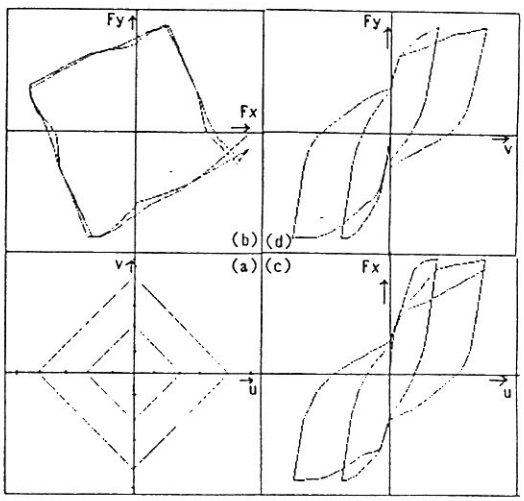


図１０

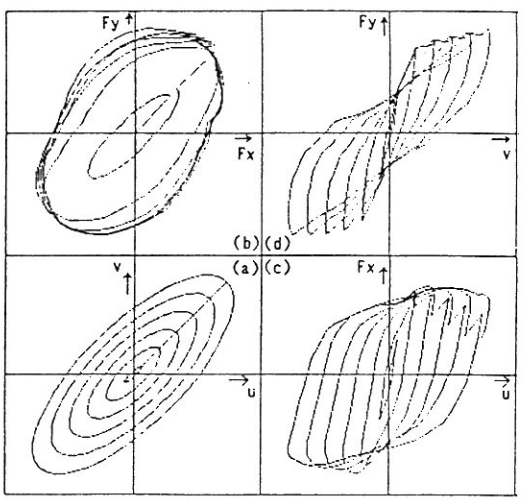


図１１

内の変形の動きを菱形になるようにして解析した場合の水平面内の変位と復元力との関係を柱１本分について示している。表現方法は図９と同様である。与えた変形の菱形の対角線の軸と復元力の菱形の対角線の軸とがずれている事がわかる。これは、青山、川村、芳村らの実験結果とよく一致している。

図11は、バネの復元力特性を D-TRI型とし、水平面内の変形の動きを楕円となるようにして解析した場合の２方向水平変位と復元力との関係を柱１本分について示している。与えた変形の楕円の軸と復元力の楕円の軸の角度がずれている事がわかる。また変形よりも、復元力の方が角度として先に進み、ふくらんだ楕円になっていることがわかる。これは、岡田、関、浅井らの実験結果とよく一致している。

4　振動方程式

振動方程式は、（６）式となり、線形加速度法によって数値積分し応答解析を行なう。

$$[M]\{\ddot{U}\}_{t+\Delta t}+[C]\{\dot{U}\}_{t+\Delta t}+[K]\{\Delta U\}_{t+\Delta t}+\{f\}=-[M]\{\ddot{U}_0\}_{t+\Delta t} \quad \cdots\cdots (6)$$

[M]: 質量マトリックス　[C]:減衰マトリックス

[K]: 時刻 t における瞬間剛性マトリックス

$\{\Delta U\}$: 時刻 $t+\Delta t$ における重心位置の増分変位ベクトル

$\{\dot{U}\}_{t+\Delta t}$: 時刻 $t+\Delta t$ における重心位置の速度ベクトル

$\{\ddot{U}\}_{t+\Delta t}$: 時刻 $t+\Delta t$ における重心位置の加速度ベクトル

$\{\ddot{U}_0\}_{t+\Delta t}$ :時刻 $t+\Delta t$ における地動加速度ベクトル

{f}:時刻 t における復元力ベクトル

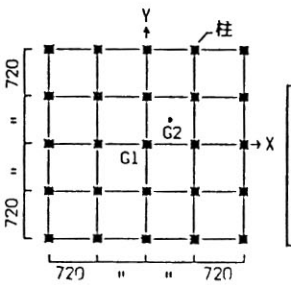
5　瞬間剛性マトリックス[K] と復元力ベクトル{f}

瞬間剛性マトリックス[K] と復元力ベクトル{f} は時刻 tにおける各床の重心位置、個々のバネの位置と向きを考慮して個々の要素剛性マトリックスと要素節点力ベクトルを座標変換し、すべてのバネについて、対応する床の変位成分と力の成分のマトリックス、ベクトルの要素に加算することによって求めることができる。詳細な展開は省略する。

## III　数値解析例

1　解析モデル

解析モデルは、図12に示す 4×4 スパン 3階建の建物である。表1 に建物の諸データを示す。建物の各階の剛性，耐力は、X方向、Y方向とも同じとし、各階の耐力分布は、１階の耐力を降伏層せん断力係数 0.3 として求め、他の階の耐力は１階の耐力と同じ値とする。バネの復元力特性は、 D-TRI型、とSLIP型の２種類を用いたが、本論文では図14に示すSLIP型を用いた解析の結果について述べる。建物の柱モデルはMSS モデルを用いて図13に示す２方向せん断力の相互作用を考慮しないモデル(MODELA)と、考慮するモデル(MODEL B) を設定する。MODEL A では２本のバネをX軸、Y軸に平行に設置し、 MODEL Bでは、剛性並びに降伏耐力が等しい８本のせん断型バネを 22.5°間隔の角度で各柱位置に設置する。各モデルの柱１本に対するバネの剛性並びに耐力が同等になるように、図14に示すようにMODEL B に用いたバネの剛性、耐力はそれぞれMODEL A に用いたバネの1/4,1/5.03とした。解析は、図12に示すように偏心のある場合(G2)と無い場合(G1)について２方向地震動を入力して行う。入力地震動は表１に示したものを用いる。




平面図

図１２

表１ 建物の諸データと入力地震動

| | |
|---|---|
| W1～W3 | 995.33 ton |
| K1～K3 | 1004.80 ton/cm |
| T1=0.228(sec) | 偏心なし |
| T1=0.253(sec) | 偏心あり |
| Qy=885.8(ton) | |
| 地震動 X 方向 | |
| EL CENTRO 1940 | EW 215.90 gal |
| 地震動 Y 方向 | |
| EL CENORO 1940 | NS 319.19 gal |

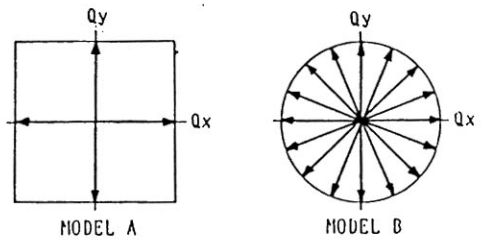



図１３　ＭＳＳモデル

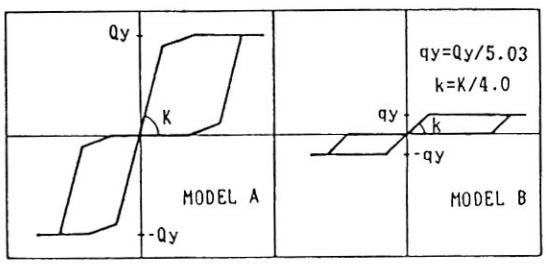



図１４　各モデルの１本のバネの性質

## 2　解析結果

### (1) 偏心のない場合

図15は、柱をMODEL A とした場合の１階各柱位置の変位の軌跡を、図16は、MODEL B とした場合の１階各柱位置の変位の軌跡を表わしている。MODEL A を用いた場合では、Y 方向だけ塑性領域に入り、大きく変形しているが、MODEL B を用いた場合ではは、どの方向も塑性領域に入っている。両 MODELのY 方向の全柱の受け持つ層せん断力の時刻歴は図19と図20となる。MODEL A では、最大発生層せん断力は、建物が持っている全降伏耐力つまり25×Qy に達しているが、MODEL B では、この全降伏耐力に達していないことが分かる。２方向の相関を考慮したSlip型モデルを用いたことにより、最大耐力点に達し得ない現象を表現し得たことになる。

### (2) 偏心のある場合

図17は、柱をMODEL A とした場合の１階各柱位置の変位の軌跡を、図18は、MODEL B とした場合の１階各柱位置の変位の軌跡を表わしている。偏心によりねじれ振動が生じるため、各柱位置の応答変位量および変形の方向が異なることが分かる。特にMODEL B では、その傾向が顕著に表われており、この変形量が図15に比べ２～６倍にもなっている柱があることが示されている。図21はMODEL A の層せん断力の時刻歴を、図22は、MODEL B の層せん断力の時刻歴を示している。MODEL A の場合はねじれ振動の影響により MODEL Bの場合はねじれ振動と２方向の相互作用の影響により最大発生層せん断力は、建物の全降伏耐力に達していない。特にMODEL B の場合に全降伏耐力の約1/3 の耐力しか発揮していないことは、非常に興味ある現象である。

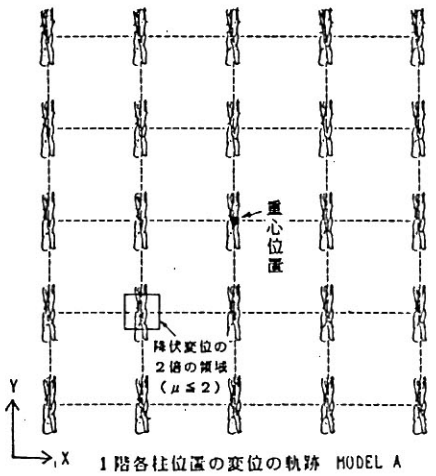



図１５　１階各柱位置の変位の軌跡　MODEL A

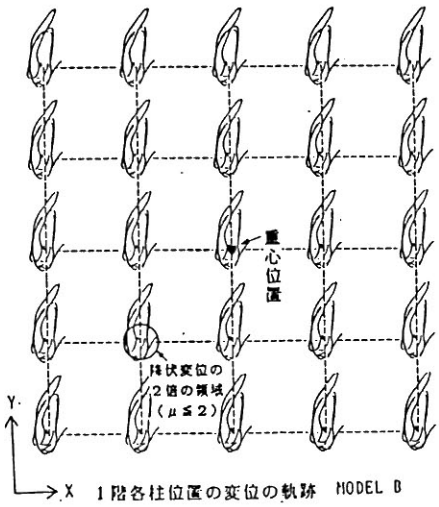



図１６　１階各柱位置の変位の軌跡　MODEL B

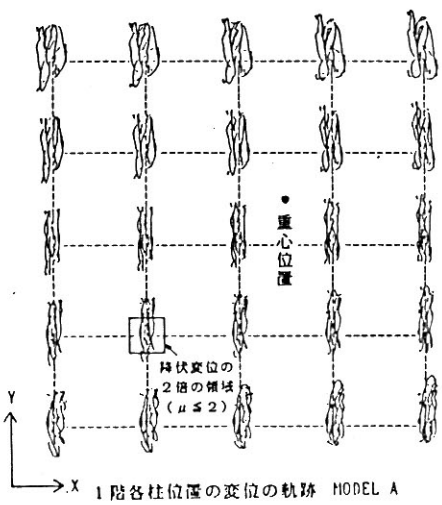



図１７　１階各柱位置の変位の軌跡　MODEL A

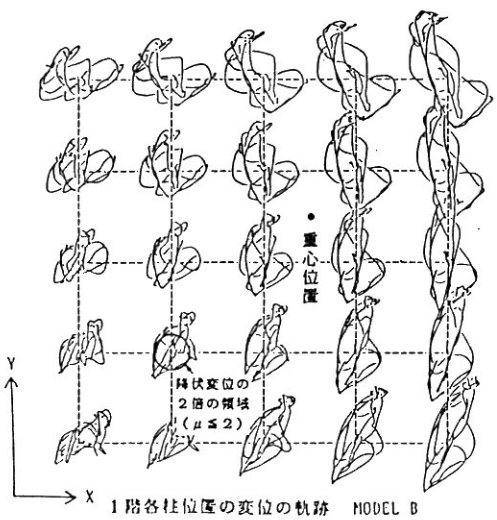
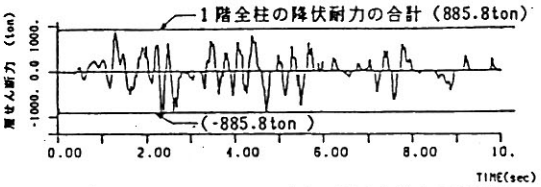
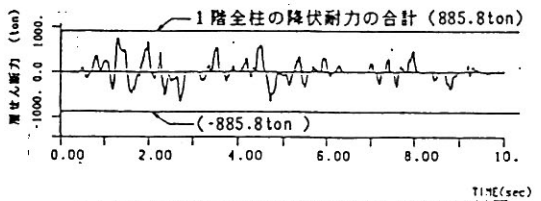



図１８　１階各柱位置の変位の軌跡　MODEL B



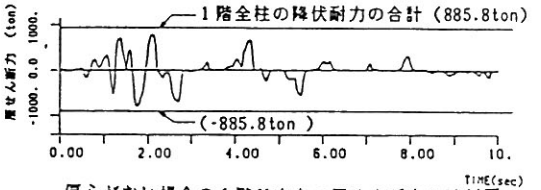

偏心がない場合の１階Ｙ方向の層せん断力の時刻歴
( Slip型 MODEL A)

図１９



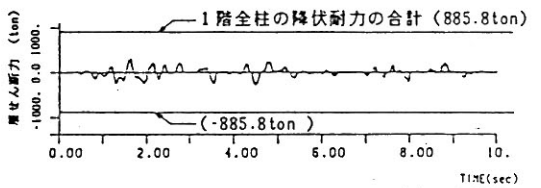

偏心がある場合の１階Ｙ方向の層せん断力の時刻歴
( Slip型 MODEL A)

図２１




偏心がない場合の１階Ｙ方向の層せん断力の時刻歴
( Slip型 MODEL B)

図２０




偏心がある場合の１階Ｙ方向の層せん断力の時刻歴
( Slip型 MODEL B)

図２２

## Ⅳ　結論

ＭＳＳモデルは、２方向のせん断力の相互作用をよく現わす事ができる。２方向せん断力の相互作用を考慮したモデルと考慮しないモデルとでは、応答変位量に明らかな違いが生じ、考慮した場合の方が応答変位量が増大する。また、２方向の相互作用を考慮すると、応答最大層せん断力は考慮しない場合に比べ小さくなり、その層が持っている静的水平耐力に達することができない。また偏心によっても、ねじれ震動が生じ、やはり応答最大層せん断力は、建物の持っている静的な耐力に到達しない。これはねじれ震動によって各柱位置における応答量が変化し、各柱が受ける最大せん断力の作用する方向と時刻が柱位置によってずれるためである。２方向の相互作用を考慮した場合は、これらの現象が互いに影響し合うため、さらに応答最大層せん断力の低下が顕著に現われる。

建物の耐震性能を直交した２方向を独立に評価することは、建物の持っている耐力を過大評価することにつながり、また同じ耐力を持つ建物でもねじれ震動が生じると建物のみかけの層耐力が低下することになる。

本解析で用いた解析方法は、柱、はり等の部材一本一本の弾塑性性状を追跡する動的解析法に比べ、実用的であることを示すことができたと考える。さらに３階建の柱降伏形の建物にこれを応用してその動的性状について述べた。

## Ⅴ　謝辞

本研究を進める上で、有益な御教示を賜わりました東京工業大学教授　工学博士　黒正清治先生に厚く感謝致します。

＜参考文献＞
(1) 和田　章、木下　雅彦
「地震時のビル建築構造を対称とした
弾塑性立体振動応答解析法に関する研究」
第９回地震工学・応用地学に関するシンポジウム　S60.3
(2) 黒正　清治、和田　章、小林　克巳、山野辺　宏治
「耐震壁の影響を考慮した鉄筋コンクリート構造の
３次元動的応答解析（その１），（その２）」
日本建築学会大会学術講演梗概集（関東）　S59.10
(3) 山崎　裕
「２方向地震動による偏心構造物の非線形応答」
日本建築学会論文報告集　No.310・S56.12
(4) 若林　実、藤原　悌三、北原　昭男
「２方向地動の作用する立体架構の弾塑性挙動
（その１）　１層調構造物の振動実験」
日本建築学会大会学術講演梗概集（東北）　S57.10
(5) 若林　実、藤原　悌三、北原　昭男
「２方向地動の作用する立体架構の弾塑性挙動
（その２），（その３）」
日本建築学会大会学術講演梗概集（北陸）　S58. 9
(6) 滝沢　春男
「二方向外力を受ける二軸曲げモデルの強震応答性状」
日本建築学会　関東支部研究報告集　S48
(7) 滝口　克巳、木村　正彦、黒正　清治、小林　克巳
「水平２方向変位に対するＲＣ柱の復元力に関する研究
その１」　日本建築学会論文報告集　No.286・1979
(8) 滝口　克巳、木村　正彦、黒正　清治、小林　克巳
「水平２方向変位に対するＲＣ柱の復元力に関する研究
その２　２方向曲げせん断実験及び解析」
日本建築学会論文報告集　No.296・S55.10
(9) 滝口　克巳、岡本　哲美、小林　克巳
「水平２方向変位に対するＲＣ柱の復元力に関する研究
その３　実験・評価・モデル化」
日本建築学会論文報告集　No.315・S57. 5
(10)芳村　学、青山　博之、川村　満
「２方向外力を受ける鉄筋コンクリート構造物の解析
その１　２軸曲げを受けるＲＣ柱の解析」
日本建築学会論文報告集　No.298・S55.12
(11)岡田　恒夫、関　松太郎、浅井　敏司
「定軸力と繰り返し２方向曲げ、せん断を受ける
鉄筋コンクリート柱の復元力　（その１，その２）」
日本建築学会大会講演梗概集　　S51.10
(12)和田　章、木下　雅彦
「建物の応答解析への３次元グラフィックの応用」
日本建築学会第６回電子計算機利用シンポジウム　S59.3