Architectural Institute of Japan

【カテゴリーⅠ】

日本建築学会構造系論文集　第509号，77-82，1998年7月
J. Struct. Constr. Eng., AIJ, No. 509, 77-82, Jul., 1998

三次元実画像データに基づくコンクリート材料の有限要素解析手法

ON A FINITE ELEMENT PROCEDURE BASED ON THE REAL 3-DIMENSIONAL IMAGE FOR CONCRETE MATERIALS

永井学志*，山田貴博**，和田　章***
Gakuji NAGAI, Takahiro YAMADA and Akira WADA

From the microscopic point of view concrete materials have quite complicated structure consisting of coarse aggregates and mortar. In the case of a numerical analysis under compression loading, the treatment as composite materials is essential in order to try explaining the mechanical behavior with microscopic fractures by tension stress. However it is difficult to make a geometrically accurate model by using the traditional finite element meshing techniques. Therefore, in this paper a new modeling approach for concrete materials based on the three-dimensional digital image processing is proposed. After illustrating this concept and numerical schemes, some examples are presented.

Keywords: *concrete material, three-dimensional digital image, composite material, homogenization method, finite element analysis*
コンクリート材料，三次元デジタル画像，複合材料，均質化法，有限要素解析

1. 序論

コンクリート材料の力学挙動の解明を目的として、疑似的に均質材料として取り扱う巨視的なアプローチと、材料構成の視点から複合材料として取り扱う微視的なアプローチの研究が行われている。巨視的なアプローチでは、主に破壊力学の手法を用いて、直接引張試験や曲げ試験などによる引張破壊について、数値解析・実験ともに多くの研究が報告され一定の成果を上げている[1]。一方、圧縮破壊については、材料の不均一性に起因する局所的な引張によって破壊が生じるため、微視的な材料の不均一性を考慮することが本質的な要因となる。さらに、この不均性に起因する微視的な引張破壊は、空間的に複雑に分布する。これらの理由により、圧縮破壊の力学挙動には未解明な点が多い。

このような微視視点からの圧縮破壊の研究アプローチとしては、粗骨材を分散相として、モルタルを均質材料とみなして母材相とした2相複合材料に基礎を置くことが多い。小阪・谷川ら[2]は、2相複合材料の仮定を中心としてマイクロクラックの進展による圧縮破壊の力学挙動を解明しようとする研究について、手法による分類を行い詳述している。すなわち、その手法として、理想化モデル粗骨材と母材モルタルに仮定するモデル解析法、実際の骨材を含むコンクリートを用いて、進展するクラックを顕微鏡やX線により詳細に観察する直接法、あるいは超音波やAEにより間接的に把握する間接法に分類している。

これらいずれの手法に関しても、実験的には数多くの研究が行われてきた[2),3)]。しかし、数値解析を用いた研究では、連続体[4),5)]あるいは離散仮定[6),7)]とに関わらず、2相材料を模擬した二次元でのモデル解析が多い。要因を切り分けるという意味においてモデル解析法は有効であるものの、このような数値解析では実際のコンクリートとの間に明確な対応が見出せないため、その挙動は曖昧な関係を持つに留まる。一方で直接法による実験では、様々な知見を得ることが出来るが、三次元的に広がるひび割れはある切断面のみ、ひずみは数箇所のゲージ貼付点のみであり、不均質材料の力学挙動の観察には難しさが内在している。間接法による実験では、その手法の性格から内部破壊のある側面しか捉えられない。特に、多軸応力下での破壊挙動を説明しようとする場合には、実験的手法だけでは十分でないと思われる。

実験観察の困難さを補完し、現象の理解を助ける道具として、数値解析が有効であることは述べるまでもない。しかしコンクリート材料に限って言えば、上に述べたように数値解析的研究は簡略化されたモデル解析法にほとんど限定されてきた。直接法や間接法による実験に十分に対応できるような三次元での数値解析は、

注）本研究の一部は，既に文献11, 12において発表している。

* 東京工業大学総合理工学研究科環境物理工学専攻　大学院生・工修
** 東京理科大学工学部建築学科　助教授・学博
*** 東京工業大学建築物理研究センター　教授・工博

Graduate Student, Dept. of Environmental Physics and Engineering, Interdisciplinary Graduate School of Science and Engineering, Tokyo Institute of Technology, M. Eng.
Assoc. Prof., Dept. of Architecture, Faculty of Engineering, Science University of Tokyo, Ph. D.
Prof., Structural Engineering Research Center, Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

NII-Electronic Library Service

Architectural Institute of Japan

主に数値解析モデルの作成が困難であるという理由から、ほとんど行われていない。したがって詳細な2相材料の数値解析モデルが作成可能となれば、より実現象を説明することのできる圧縮破壊挙動の数値解析が可能になると考えられる。

ところで、昨今の計算機環境は飛躍的な高速化・大容量化が進んでおり、今後ともその勢いは衰えそうにない。それと同時に計算工学が大きく発展している。このような中で N. Kikuchi ら[8]は、従来の手法では数値解析モデルの作成が困難であるような対象に対して、CT スキャナーなどの非破壊検査装置から得た画像データを直接に用いたモデル作成の概念を提案している。この概念は、複雑な形状を持つ産業部品や複合繊維の応力解析、あるいは実測することの困難な生体骨の海綿組織の成長[9]などに適用され、その有効性が確認されている。

このモデル作成の概念は、三次元で複雑な構造を持つ2相材料としてのコンクリート材料に対しても、有効であると考えられる。そこで筆者らは、画像データに基づくコンクリート材料の三次元数値解析モデルの作成手法と、これを用いた有限要素法による数値解析手法を示すものである[11),12)]。本解析における解析領域の大きさと境界条件についての取り扱いについては、コントロールボリュームの考え方[13)]と均質化法[14)]を用いて処理する。大規模連立一次方程式の求解については、高速フーリエ変換を用いた効率的な手法を提案する。最後に、線形計算例を示し、画像データに基づく有限要素解析モデルの有効性を確認する。

2. 三次元画像データによる数値解析モデルの作成

2.1. 有限要素解析モデル

従来の数値解析モデル作成の困難さは、粗骨材の形状と配置という幾何学構造の作成から出発することにあった。特に有限要素モデルの場合は、図1に示すように格子を粗骨材とモルタルの界面に適合させながら作成するという制約が付加されるため、一層の困難さがあった。二次元ならまだしも三次元では、空間を埋め尽くす要素分割と節点番号の要素への対応づけは大変な作業である。したがって三次元の要素分割については、なんらかの自動分割アルゴリズムによることが多かった。このような手法では、さらにアルゴリズム上の制約が付加され、比較的高い密度で詰まっている粗骨材を幾何学構造まで制御しながらモデル化することは難しい。例えば文献10による自動分割では、粗骨材の形状は球体に限定されると同時に、その体積含有率は20%程度が限界となっていた。これは、実際の粗骨材含有率が35～45%であることを考えると、現実に即したものとは言えない。

本論文では、上に述べたような困難さを回避するために、粗骨材の幾何学情報が得られる実際の画像データから、有限要素解析モデルを直接に構築する手法を提案する。すなわち、図2に示すような計算機上に取り込んだコンクリート断面の画像データに、粗骨材の抽出を目的とするデジタル画像処理[15),16),17)]を施すことにより、粗骨材の幾何学情報を得ることができる。一般にデジタル画像は、色情報などを均等に張られた格子点上で標本化・量子化（合わせてデジタル化と呼ばれる）したもので、可視化のために各格子点から等しい距離にある線で囲まれる微少な要素で定義される。この微少な要素を画素(pixel)と呼び、直交に張られた格子

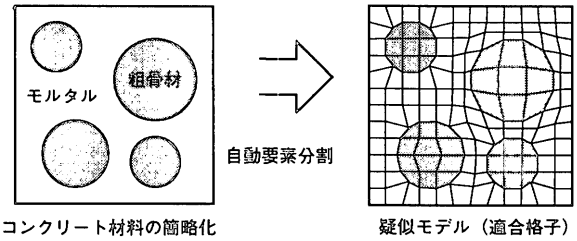


図1 従来のコンクリート材料のモデル化例

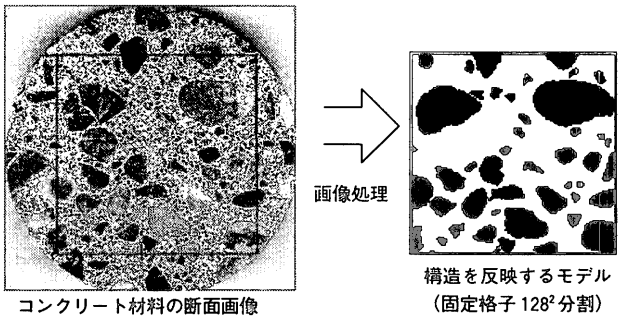


図2 画像に基づくコンクリート材料のモデル化

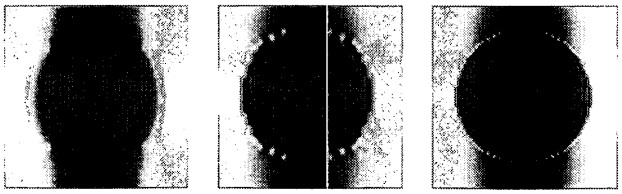


図3 近似解の要素分割法への依存性

の場合、正方形となる。粗骨材の幾何学情報は、ある色濃度をしきい値とする on と off の2値画像に変換すれば、on 画素の集合として得られる。ここで二次元画像の代わりに三次元画像を用いれば、立体的な幾何学情報が得られる。

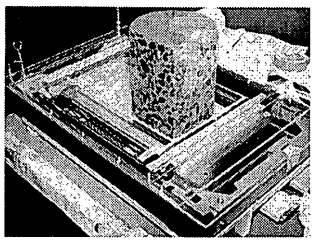
この幾何学情報から有限要素分割を行う手法としては、デラウニー分割法や八分木分割法などが考えられる。しかし本論文においては、三次元デジタル画像との直接的な対応と簡便さを目的として、画像の一画素をひとつの8節点六面体要素とみなす。この手法によると、有限要素解析モデルの作成はデジタル画像処理のみで可能となる。したがって画像処理をいかに行なうかが、モデル作成の要点となる。

しかし、このモデル作成手法の場合、界面は階段状に近似されるために、数値解にはなんらかの影響が生じると考えられる。これを検証するために、解析領域にモデル粗骨材を中央にひとつ配置した解析モデルを用いて応力解析を行った。図3に、異なる要素分割法を用いたときの応力度分布の違いを示す。画素を有限要素とした固定格子では、界面近傍の要素に局所的な数値振動が生じているが、それらの要素を除くと、界面に要素分割を適合させた適合格子との応力状態に違いは見られない。それゆえ、固定格子でも十分に細かい要素分割を行なえば、適合格子に比べて遜色のない近似解が得られると考えられる。

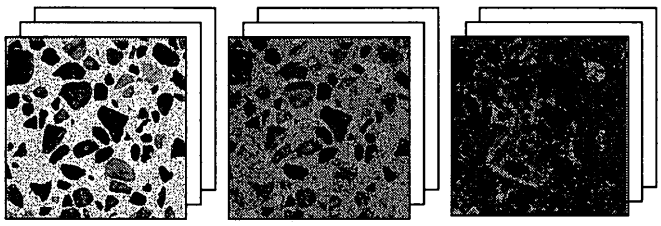
本解析において重要なことは、幾何学形状を問わずに一律に

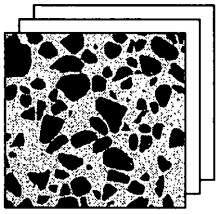
NII-Electronic Library Service

Architectural Institute of Japan



断面の連続撮影：
供試体を 0.5mm づつ研磨し、順次その研磨面の 10x10cm をスキャナーにて解像度 0.125mm, RGB 各 8bit でデジタル化。

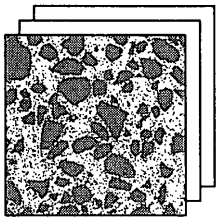




強調操作によるモノクロ多値画像化

RGB 各チャンネルによる強調操作：
画素毎に、

```
rg=R-G    ;rb=R-B
if((rg<min_rg)or(rb<min_rb))
   if(rg>rb)
      if(rb>0) pixel=rb
      else pixel=black(=0)
   else
      if(rg>0) pixel=rg
      else pixel=black
   end if
else pixel=white(=255)
```

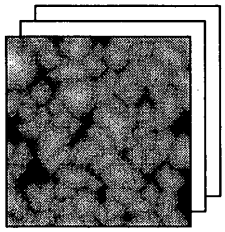


2 値化と細骨材を除去した画像でマスクし、粗骨材のみの多値画像とする

しきい値による 2 値化：
画素毎に、

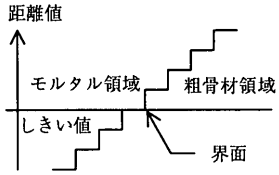
```
thresh=min(min_rg,min_rb)
if(pixel<thresh) mask_pixel=on
else mask_pixel=off
```

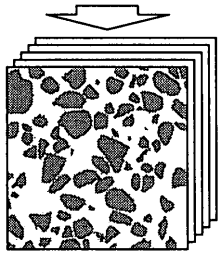
細骨材の除去：
ひとかたまりの on 画素集合についてそれぞれ名前を付けて、それらの on 画素集合の面積を算定。所定画素数以下の集合を細骨材とみなし消去。



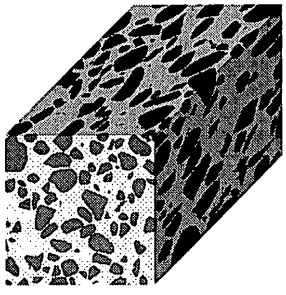
解像度を落とした後、2 値化、さらに距離画像に非線形変換

距離画像：
濃度値を、4-近傍画素における界面からの最短経路画素数で定義。





距離断面画像間の線形補間後、2 値化



断面 2 値画像を積層

図 4　画像処理による有限要素モデルの作成手順

表 1　調合条件

セメント	白色普通ポルトランドセメント
水セメント比	55%
粗骨材	0.43 m^3/m^3, 川砂利, 最大径 20mm
細骨材	0.22 m^3/m^3, 粗粒率 1.71, 最大径 1.2mm
顔料	酸化鉄（赤色）をセメントの 9%重量添加

正確な数値解析モデルを作成できるという点にある。

2.2.　画像処理による有限要素モデル作成

三次元画像へのデジタル化は、破壊検査により行った。三次元画像は、連続する断面画像（画像処理分野では断層画像と呼ばれる）を重ねあわせることにより得ることができる。破壊は強度試験用供試体端面研磨仕上げ機（マルイ社製「ハイケンマつるつる」）で研磨により行った。破壊検査に用いた ϕ 15x30cm 供試体の調合条件を表1に示す。画像処理において骨材の判定を容易にするために、セメントペーストにはあらかじめ赤色顔料を混入した。また、連続した画像の取り込み精度を保つために、供試体の側面が直角になるように2面を切断した。デジタル化領域は100mm 立方である。

図4に画像処理による有限要素モデルの作成手順を示す。まず、この供試体を研磨しながら順次スキャナーで直接デジタル化し、連続した断面画像を得る。スキャナーは、パソコン用のフラットベットスキャナー（光学解像度0.0635mm）であり、読み取り面を治具付きのアクリル版に取り替えた。

細骨材の最大径1.2mm に対して断面画像間の解像度を0.5mm としたので、画像処理は各断面ごとに独立して行なうことができる。この断面の画像処理では、粗骨材近傍の細骨材が粗骨材画像の髭として誤認されてしまうデジタル処理特有の問題がある。この問題を回避するために、あらかじめ高い解像度0.125mm で処理した後、解像度を0.25mm に下げた。強調操作におけるしきい値 min_rg, min_rb と on 画素集合の最小画素数のしきい値は、試行により定めた。また、断面内の解像度に比べると研磨厚で決まる断面間の解像度は低いために、各次元の解像度が等しい三次元画像の構成には、4-近傍距離画像を用いた非線形補間[15]を行った。

図4の手順によって得られた三次元2値画像中の粗骨材含有率は、49%であった。調合条件に比べて6%大きくなっているのは、材料練り混ぜに先立ってあらかじめ少量のコンクリートを練り捨てなかったことが、主な原因であると考えられる。

3.　数値解析手法

3.1.　均質化法による支配方程式の定式化

コンクリート材料を均質とみなすことのできる構造物全体のスケールと、粗骨材とモルタルのスケールでは、まったく大きさが異なる。このようにスケールのオーダーが異なる問題に対しては、漸近展開に基づく均質化法による定式化[14]が有効である。コンクリート材料には、砂とセメントペーストのようにもっとスケールの小さい微視構造が存在する。このため、構造物全体を巨視構造とした場合、粗骨材とモルタルの構造はメゾ構造と呼ぶのが適している。

座標系 X で表される巨視構造と、座標系 Y で表されるメゾ構造のスケールの違いに着目して、構造物全体の変位場をスケール

NII-Electronic Library Service

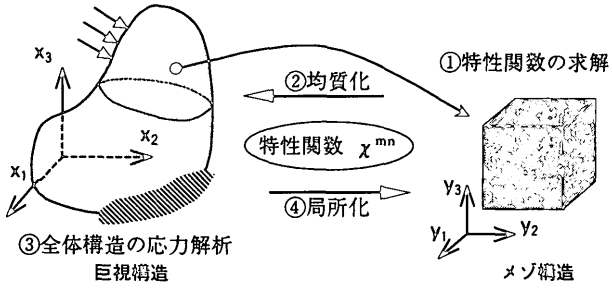


図5　均質化法による求解手順

比を表す $\varepsilon = x/y$ を用いて次のように漸近展開する。

$$u(x) = u^0(x) + \varepsilon u^1(x, y) + \cdots \quad (1)$$

構造体内部のメゾ構造が周期的な構造を持つことを仮定して、式(1)を弾性体の支配方程式に代入し ε の低次項に関して整理すると、次の均質化法によるアルゴリズムを得る。

①特性関数の求解：巨視的な変形と周期的なメゾ構造の基本周期領域の変形を結び付ける特性関数 χ を次式から算出する。

$$\int_Y D_{ijkl}(y)\left\{\left(\delta_{km}\delta_{ln} + e^y_{kl}(\chi^{mn})\right)e^y_{ij}(v)\right\}dy = 0 \quad (2)$$

ここに、D はメゾ構造の弾性テンソル、e は変位成分から微少ひずみを求める作用素、δ はクロネッカーのデルタ記号である。

②均質化：次に得られた特性関数 χ を用いて、次式によって巨視的弾性定数 D^H を算出する。

$$D^H_{ijkl} = \frac{1}{|Y|}\int_Y D_{ijkl}(y)\left\{\delta_{km}\delta_{ln} + e^y_{kl}(\chi^{mn})\right\}dy \quad (3)$$

③全体構造の応力解析：巨視的弾性定数 D^H を用いて、通常の構造物全体の応力解析を行い、巨視的変位 u^0 を得る。

④局所化：巨視的変位 u^0 および特性関数 χ を用いて、次式よりメゾ構造内のひずみと応力を計算する。

$$e_{ij}(u^\varepsilon) = e^x_{ij}(u^0) + e^y_{ij}(\chi^{kl})e^y_{kl}(u^0) \quad (4)$$

$$\sigma^\varepsilon_{ij} = D_{ijkl}\, e(u^\varepsilon) \quad (5)$$

以上の手順を図5に示す。(3)式の均質化された材料定数 D^H は、非線形解析の場合コンクリート材料の構成則と考えられる。それゆえメゾ構造の基本周期領域の大きさについては、コントロールボリュームの考え方に従い、最大粗骨材直径の数倍を基準とする[13]。具体的には基本周期領域の有限要素モデルとして、2章で述べた三次元画像データから任意領域を切り出すことになる。ところで、一般に画像データを用いる限り、領域の境界において周期性を厳密に満足できない。この境界条件の問題に対して、周期条件で得られる挙動は一様応力条件と一様ひずみ条件で得られる挙動によって挟まれることが証明[18]されており、力学的に妥当な境界条件であると言える。

3.2.　方程式の求解

固定格子による基本周期領域の有限要素モデルでは自由度が大きく増加する。このため、特性関数 χ に関する連立一次方程式の求解には、全体剛性を組み立てないで要素剛性のまま計算を進める element-by-element 法による反復法を用いる。固定格子では要素形状がただひとつの立方体に限定されるために、材料定数の種類分のみの要素剛性を記憶しておけば良い。反復法としては、方程式の近似的な逆作用素を前処理因子として用いると、高い収束率が得られることがわかっている共役勾配法[19]を用いる。以下では、方程式そのものから前処理因子を構成する手法を述べる。

表2　メゾ構造に対する材料定数

	ヤング係数 (kgf/cm²)	ポアソン比
粗骨材	5.4x10⁵	0.15
モルタル	2.4x10⁵	0.19

固定格子は規則的な節点を有していることと、均質化法から周期領域条件が課せられることを利用して、(2)式をフーリエ・ガラーキン法にて離散化する[20]。これをマトリクス・ベクトル表記すると、

$$\mathbb{C}^{-1}\mathbb{K}\mathbb{C}\mathbb{D}\mathbb{C}^{-1}\mathbb{K}\mathbb{C}\mathbb{X} = -\mathbb{C}^{-1}\mathbb{K}\mathbb{C}\mathbb{D}\mathbb{P} \quad (6)$$

となる。ここに、$\mathbb{C}$ は離散フーリエ変換、$\mathbb{C}^{-1}$はその逆変換、$\mathbb{K}$ はフーリエ空間における実空間の一階微分作用素に対応する微分マトリクス、$\mathbb{D}$ は材料定数マトリクス、$\mathbb{X}$ は求めるべき特性関数の変形モードベクトルである。右辺は荷重項であり、$\mathbb{P}$ は均質化法における基本変形モードに対応する強制変位ベクトルである。分割数をなるだけ小さな因数に分解できるように限定すると、$\mathbb{C}$ および $\mathbb{C}^{-1}$の作用は高速フーリエ変換によって実行可能である。

フーリエ・ガラーキンによる離散化では、ひずみや応力を求めると、全領域で激しい数値振動を生じることが分かっている。そこで、材料定数 $\mathbb{D}$ を領域中で一定とすると、微分マトリクス $\mathbb{K}$ は各次元方向別に対角マトリクスとなっているため、変形モードベクトル $\mathbb{X}$ は容易に求まることに注目する。すなわち、これを前処理因子として用いる。ここでは簡単のために、材料定数 $\mathbb{D}$ の対角成分のみを用いることにする。二次元の場合、前処理因子は次式で表される作用素に対応する。

$$\begin{bmatrix} \overline{D}_{1111}\dfrac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \overline{D}_{1212}\dfrac{\partial^2}{\partial x_2^2} & 0 \\ 0 & \overline{D}_{2121}\dfrac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \overline{D}_{2222}\dfrac{\partial^2}{\partial x_2^2} \end{bmatrix} \quad (7)$$

ここに、$\overline{D}_{ijij}$ は領域内で一定の弾性テンソルである。

4.　線形計算例

次の3種類のメゾ構造について線形計算を行い比較した。つまりメゾ構造について、2.2節で得られた三次元画像データから一辺64mm の立方体領域を任意に切り出して256^3分割（約5000万自由度）した画像モデル A、同じ立方体領域を128^3分割（約630万自由度）した画像モデル B、および球体の理想化骨材を含む立方体領域を固定格子で128^3分割した疑似モデルである。疑似モデルにおける粗骨材の体積含有率は、文献10で自動分割法の上限であった20%とした。図6.1, 6.2に、画像モデル A と疑似モデル中の粗骨材のみを表示した要素分割図を示す。材料定数は、文献5を参考にして、いずれのモデルについても表2に示すように与えた。

画像モデル A, B について、3.2節で提案した前処理を行うと、連立一次方程式求解における反復回数は、いずれも50回に満たなかった。なお収束判定条件は、荷重ベクトルに対する残差のノルム比を10^{-6}以下とした。計算時間は、東京工業大学情報処理セン

NII-Electronic Library Service

Architectural Institute of Japan

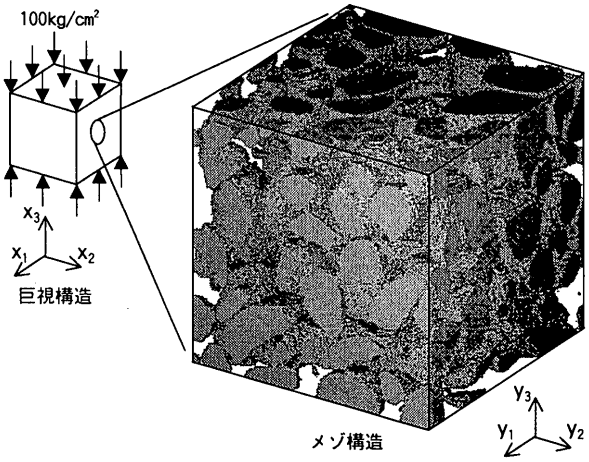


図 6.1　画像モデル A　256^3 分割

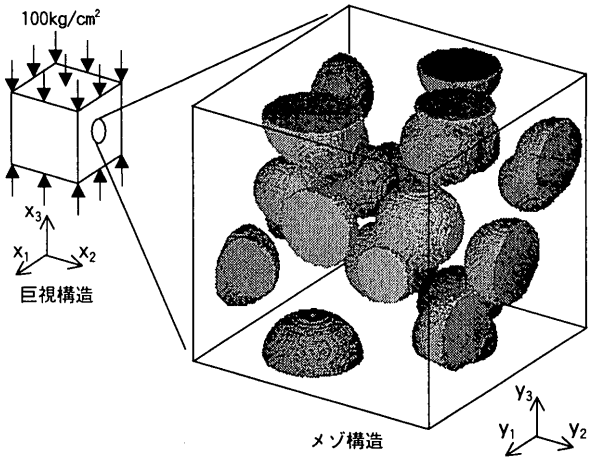


図 6.2　疑似モデル　128^3 分割

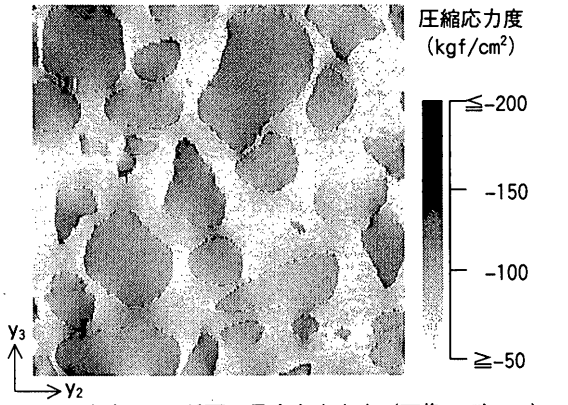


図 7.1　中央 y_2–y_3 断面の最小主応力度（画像モデル A）

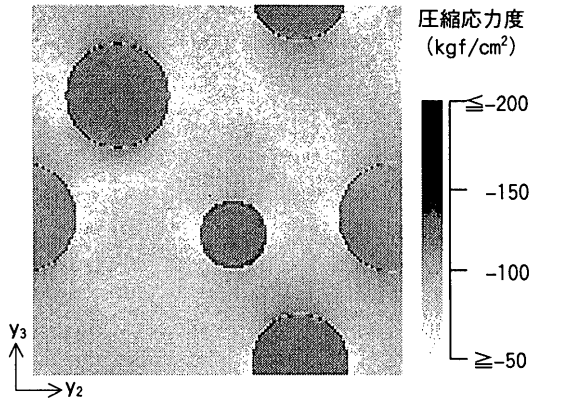


図 7.2　中央 y_2–y_3 断面の最小主応力度（疑似モデル）

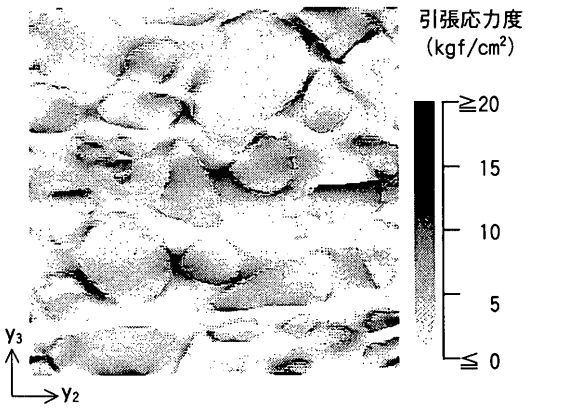


図 8.1　中央 y_2–y_3 断面の最大主応力度（画像モデル A）

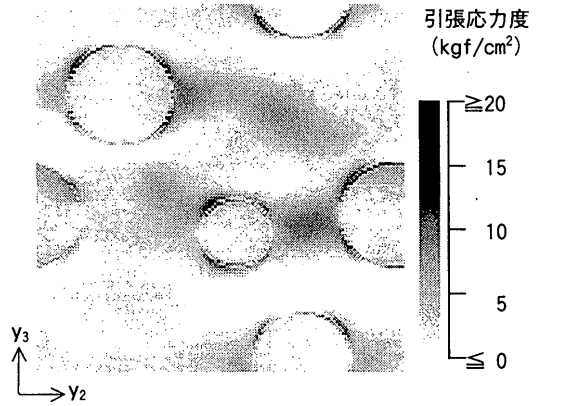


図 8.2　中央 y_2–y_3 断面の最大主応力度（疑似モデル）

ターに設置されている DEC 社製 Alpha Server 8400 (21164A 437MHz 12CPUs, 8GB memory) を6CPU 並列で、それぞれ12時間、75分であった。これより計算量は、問題における未知数の数にのみ比例していることが分かり、この反復解法では理想的な計算効率が達成されている。

画像モデル A の巨視的弾性定数は、

$$D^H = \begin{bmatrix} 3.901 & 0.809 & 0.809 & -0.003 & 0.001 & 0.002 \\ 0.809 & 3.899 & 0.807 & -0.002 & -0.003 & 0.000 \\ 0.809 & 0.807 & 3.899 & 0.001 & -0.004 & 0.001 \\ -0.003 & -0.002 & 0.001 & 1.543 & 0.001 & -0.002 \\ 0.001 & -0.003 & -0.004 & 0.001 & 1.540 & 0.000 \\ 0.002 & 0.000 & 0.001 & -0.002 & 0.000 & 1.542 \end{bmatrix}$$

(x10^5 kgf/cm^2)であり、画像モデル B との差は最大1%であった。また、D^H にはせん断ひずみと直応力の交叉効果はほとんどなく、等方的である。

画像モデル A と疑似モデルについて、それぞれ巨視構造の x_3 方向に100kgf/cm^{2}の純一軸圧縮を作用させたとき、メゾ構造内に生じる主応力度分布を図7, 8に示す。また画像モデル B と疑似モデルについて、粗骨材領域とモルタル領域別にそれぞれの総画素数で正規化した、有限要素内の主応力度の出現頻度率を図9に、主応力度の y_3軸に対するオイラー角を図10に示す。以上より、粗骨材の含有率、形状、配置などの違いが、応力状態に明確な違いを生じさせることが分かる。したがって、複合材料としてのコンクリート材料の数値解析には、現実に即したコンクリートの幾

NII-Electronic Library Service

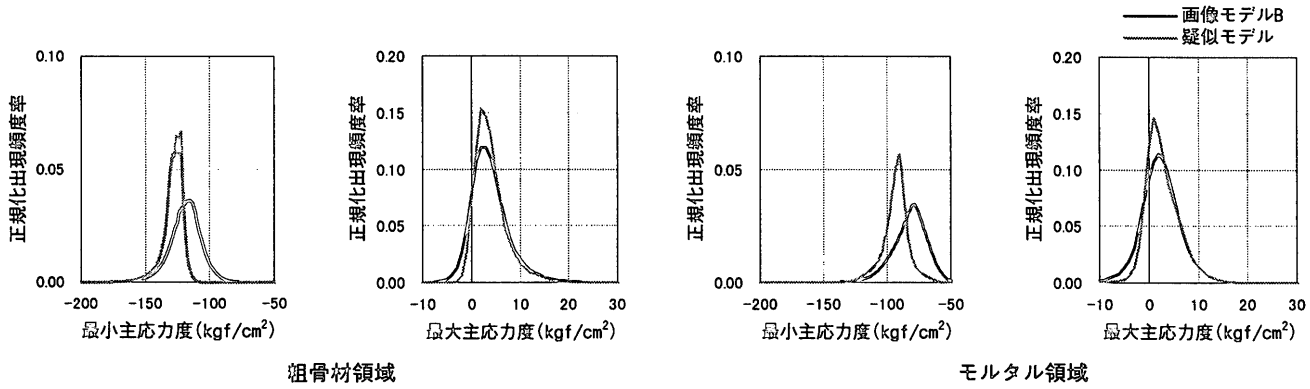


図９　主応力度の正規化出現頻度率

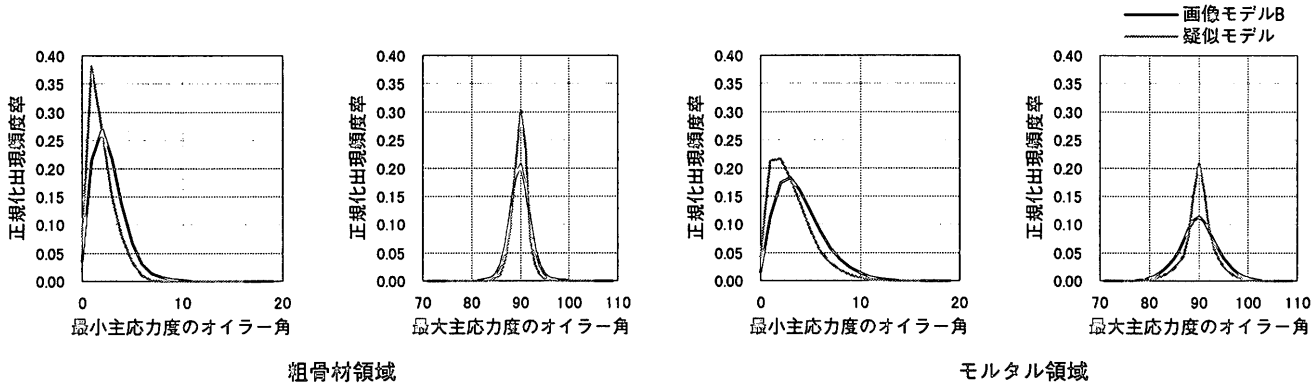


図１０　主応力度の y_3 軸に対するオイラー角の正規化出現頻度率

何学構造を反映することが重要であると考えられる。

5.　結論

圧縮破壊の力学挙動を引張破壊から説明するためには、コンクリート材料を複合材料として考慮する必要がある。これを数値解析によって説明する場合には、まず複合材料の数値解析モデルを作成しなければならない。本論文では、画像データに基づく三次元数値解析モデルの作成手法と、このモデルに適した数値解析手法を提案した。また、線形計算結果の比較によって、画像データに基づく有限要素解析モデルの有効性を確認した。

一方で、本手法では界面を階段状に近似することから、多くの自由度を必要とする。続報では、界面剥離とモルタル中のひび割れを扱うために、要素内部に滑らかな界面を定義できる非適合要素を用いて非線形定式化を行う。

参考文献

1) 三橋博三：破壊力学と鉄筋コンクリート構造，コンクリート工学，Vol. 34, No. 5, pp. 5-15, 1996.5
2) 小阪義夫，谷川恭雄，太田福男：コンクリートの破壊挙動に及ぼす粗骨材の影響（第１報：モデル解析法による検討），日本建築学会論文報告集，第 228 号，pp. 1-11, 1975.2
3) 小阪義夫，谷川恭雄：コンクリートの破壊挙動に及ぼす粗骨材の影響（第２報：マイクロクラック観察法による検討），日本建築学会論文報告集，第 231 号，pp. 1-11, 1975.5
4) M. Saito and M. Kawamura : Resistance of the cement-aggregate interfacial zone to the propagation of cracks, Cement and Concrete Research, Vol. 16, pp. 653-661, 1986
5) 梶川康男，橘吉宏，吉田博：骨材－モルタル平面モデルを用いたコンクリートの変形挙動，土木学会論文集，第 356 号 / I-3, pp. 369-377, 1985.4
6) 椿龍哉，Mostafa A. M. Abdeen：コンクリートの圧縮破壊挙動の数値シミュレーション，コンクリート工学年次論文報告集，Vol. 16, No. 2, pp. 159-164, 1994
7) 劉玉豪，彦坂熙，John Bolander Jr.：コンクリートの内部破壊過程の準微視的数値解析，構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，第 19 巻，pp. 189-194, 1995.7
8) N. Kikuchi and S. J. Hollister：第 12 回 Quint セミナー資料『メッシュレス』－機械部品から生体へ－，株式会社くいんと，1996.5
9) S. J. Hollister, J. M. Brennan, and N. Kikuchi : Homogenization sampling procedure for calculating trabecular bone effective stiffness and tissue level stress, Journal of Biomechanics, 27, No. 4, pp. 433-444, 1994
10) 七田裕，永井学志，山田貴博，和田章：均質化法を用いたコンクリート材料構成則に関する基礎的研究（その 4～5），日本建築学会大会学術講演梗概集 B-1, pp. 391-394, 1996.9
11) 永井学志，山田貴博，和田章：画像データに基づくコンクリート材料の有限要素解析，日本建築学会大会学術講演梗概集 B-1, pp. 493-494, 1997.9
12) 永井学志，山田貴博，和田章：画像データに基づくコンクリート材料の有限要素解析，計算工学講演会論文集，Vol. 2, pp. 1103-1106, 1997.5
13) 前川宏一，長谷川俊昭：コンクリート構成則の研究動向と課題，コンクリート工学，Vol. 32, No. 5, pp. 13-22, 1994.5
14) J. M. Guedes and N. Kikuchi : Preprocessing and postprocessing for materials based on the homogenization method with adaptive finite element methods, Comp. Appl. Meth. Eng., Vol. 83, pp. 143-198, 1990
15) 周藤安造：医学における三次元画像処理－基礎から応用までー，コロナ社，1995
16) 村上伸一：画像処理工学，東京電機大学出版局，1996
17) 谷口慶治・編：画像処理工学―基礎編―，共立出版株式会社，1996
18) 堀宗朗：固体力学のマイクロメカニクス理論，第 41 回日本学術会議材料研究連合講演会前刷集，pp. 22-25, 1997.9
19) 野寺隆志：大規模数値計算の最先端―クリロフ部分空間法と行列の前処理，bit 別冊インターネット時代の数学，pp. 165-177,　1997
20) C. Canuto, M. Y. Hussaini, A. Quarteroni, and T. A. Zang : Spectral Methods in Fluid Dynamics, Springer-Verlag, 1987

（1997年11月10日原稿受理，1998年２月２日採用決定）

NII-Electronic Library Service