Architectural Institute of Japan

【カテゴリーII】

日本建築学会構造系論文集　第608号，21-28，2006年10月
J. Struct. Constr. Eng., AIJ, No. 608, 21-28, Oct., 2006

エネルギーの釣合に基づく平均成分を有する広帯域性変動風力を受ける弾塑性構造物の応答予測手法

A PREDICTION METHOD FOR RESPONSE OF AN ELASTO-PLASTIC STRUCTURE TO WIDE-BAND FLUCTUATING WIND FORCE WITH NON-ZERO MEAN COMPONENT BASED ON ENERGY BALANCE

吉江慶祐*，北村春幸**，大熊武司***，和田　章****
Keisuke YOSHIE, Haruyuki KITAMURA, Takeshi OHKUMA and Akira WADA

The authors have presented a prediction method of fluctuating wind force with no static component induced an elasto-plastic response based on an energy balance, and shown its validity. However, the method was limited to the case of a narrow-band random process. This paper presents a prediction method expanded to the case of wide-band random process. A prediction method for a mean wind force induced response is also presented. The authors show that wide band flactuating wind force induced elasto-plastic response is determined by not only energy balance for resonance component but also equilibrium of force between a quasi-static component of wide-band fluctuating wind force and an elast-plastic system. The agreement between the predicted value and results of time-history analysis was finally confirmed.

Keywords: *wind force, elasto-plastic response, energy input, stationary random process, wide-band process, non-zero mean wind force*
風外力，弾塑性応答，エネルギー入力，定常ランダム過程，広帯域性，平均風力

1. 序

筆者らは，強風に対する建物の終局状態の確認の必要性や，制振構造物の地震に対してより高い制振効果の確保の観点から，強風下での構造物の弾塑性応答予測手法の開発を目的として，変動風力による構造物へのエネルギー入力の構造を解明し[1]，さらに風直交方向のような平均風力がゼロで構造物の固有振動数成分の応答が卓越する場合について，エネルギーの釣合に基づく弾塑性構造物の確率統計的な応答予測手法を提案し，その有効性を示した[2]。提案した応答予測手法は，構造物の応答変位のrms値と塑性率の関係を，定常ランダム応答の統計的性質をモデル化して応答変位rms値・塑性率の期待値の理論解として導いており，信頼性と一般性の高い手法であると考える。また，エネルギーの釣合から直接的に弾塑性応答量を評価することが可能であり，変動風力による入力エネルギー量と構造物の降伏変形・降伏せん断力と塑性変形量が直接関係づけられることで，変動風力下での構造物の弾塑性設計の信頼性を確保することが可能になるものと思われる。しかし，弾塑性構造物の風応答予測を実用化するためには，風方向風力のような平均風力を含み，かつ低振動数成分を中心に広帯域にパワーを有する変動風力に対する応答予測手法が必要であり，重要となる。そこで筆者らはその第1段階として，既報「広帯域性の変動風力を受ける弾塑性構造物の応答変位振幅の確率分布」[3]において，平均値がゼロの広帯域性の変動風力を受ける弾塑性構造物の応答変位振幅の確率密度関数の予測手法を検討し，構造物の広帯域な弾塑性風応答を準静的成分と共振成分に分離し，その各々ならびに両者の組み合わせで応答変位振幅の確率密度関数を評価できることを示した(Appendix A参照)。

本研究は，平均成分を有する広帯域性の変動風力を受ける弾塑性構造物の確率統計的な応答予測手法を提案し，その有効性を検証することを目的とする。はじめに，弾塑性時刻歴風応答解析により，風力の平均成分が弾塑性応答に与える影響について考察する。次に広帯域性変動風力を受ける弾塑性振動系のエネルギー入力について詳細に検討する。これは，既報[1]は，変動風力を受ける弾塑性系のエネルギー入力は等価線形系のエネルギー入力で近似可能であることを示し，提案するエネルギーの釣合に基づく弾塑性風応答予測の基礎となっているが，既報[1]でも指摘したとおり広帯域性変動風力を受ける弾塑性振動系の場合，やや誤差が大きく，エネルギー入力の評価の再検討が必要と考えられるためである。あわせて，風力が平均成分を有する場合の弾塑性系へのエネルギー入力について考察する。最後に得られた知見に基づき，平均成分を有する場合を含む広帯域性変動風力を受ける弾塑性構造物の確率統計的な応答予測手法について述べる。

なお，既報と同様に本研究は構造物の振動により風力特性が変化しないことを前提とし，空力不安定振動の問題は対象外とする。

2. 平均成分を有する広帯域性変動風力による弾塑性応答

本章では，弾塑性時刻歴風応答解析により風力の平均成分が弾塑性応答に与える影響を検討する。検討に用いる解析モデルは既報[1)-3)]の検討に用いたモデルと同じく，図1に示す建物を対象とする。振動モデルは，塑性化後も建物の振動モードに変化が生じない

* ㈱日建設計構造設計室　主管，東京工業大学大学院博士課程(社会人プログラム)・工修
** 東京理科大学理工学部建築学科　教授・博士(工学)
*** 神奈川大学工学部建築学科　教授・工博
**** 東京工業大学建築物理研究センター　教授・工博

Senior Structural Engineer, Structural Engineering Dept., Nikken Sekkei Ltd., Graduate Student, Tokyo Institute of Technology, M. Eng.
Prof., Dept. of Architecture, Faculty of Science and Technology, Tokyo University of Science, Dr. Eng.
Prof., Dept. of Architecture, Faculty of Engineering, Kanagawa University, Dr. Eng.
Prof., Structural Engineering Research Center, Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

NII-Electronic Library Service

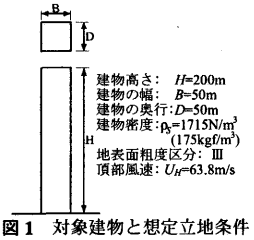

図 1　対象建物と想定立地条件

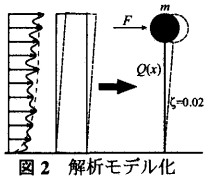

図 2　解析モデル化

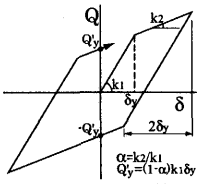

図 3　復元力特性

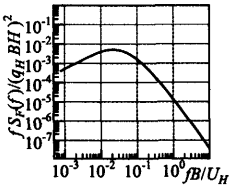

図 4　変動風力のパワースペクトル密度

表 1　解析パラメータ

T_0(sec)	5.0
α	0.25, 0.50, 0.75
δ_y(cm)	20, 25, 30, 40, 50, 60

表 2　気流条件と風力係数

α_v	C_{fA}	C_{fB}	C_{f0}
0.2	0.8	-0.5	0.58

※ $C_{f0}=\dfrac{C_{fA}}{2\alpha_v+2}-\dfrac{C_{fB}}{2}$

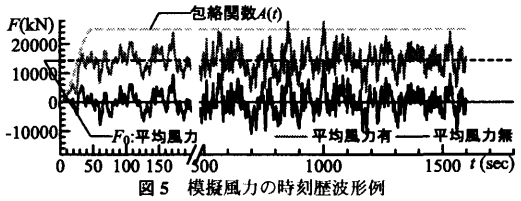

図 5　模擬風力の時刻歴波形例

と仮定し，1 次モードの風応答のみに注目した水平 1 自由度の 1 質点系モデルとする。解析モデルの質量 m と外力 F は，建物の 1 次モードを頂部が 1 の直線モードとした時のモーダル質量とモーダル外力として与えるものとする (図 2)。構造減衰は初期剛性に対して減衰定数 $\zeta=0.02$ とする。復元力特性は鉄骨造高層建物の履歴減衰を想定し，図 3 に示す Normal Bi-Linear 型とし，弾性時の固有周期 T_0，降伏後の剛性比 (第一・第二分枝剛性の比)α，および降伏変形 δ_y を解析パラメータとする。以下，本論では特に断らない限り，時間を t，振動数を f，変位を x で表す。

表 1 に解析パラメータを示す。検討に用いる風外力 $F(t)$ は，平均成分を有する広帯域性変動風力として，「建築物荷重指針・同解説」[4](以下「荷重指針」) による建物外壁面に正対する風向からの平均風力 F_0 と風方向変動風力のパワースペクトル密度をもとにした模擬風力波形 $F'(t)$ の和として作成する ((1) 式)。表 2 に平均風力の算定に用いた気流条件と風力係数を (α_v は気流の鉛直分布を表すべき乗数。C_{fA}, C_{fB} はそれぞれ風上側および風下側の風力係数)，図 4 に検討に用いた変動風力のパワースペクトル密度を示す。図中の q_H は建物頂部での速度圧 ($q_H=1/2\cdot\rho U_H{}^2$, ρ は空気密度) を示す。

風力の平均成分 F_0 は，(2) 式により評価する。

$$F(t)=F_0+F'(t) \qquad (1) \qquad\qquad F_0=q_H\cdot C_{f0}\cdot BH \qquad (2)$$

ただし，B, H は建物の幅，高さ (図 1 参照)，C_{f0} は建物頂部を 1 とした直線モードのモーダル風力の風力係数 (表 2 参照)。

模擬風力波形は，変動風力を定常ガウス過程と仮定し，三角級数モデル[5]によりシミュレートする。模擬風力波形は 1 波形につき 0.1 秒刻みで 16384 ステップとし，200 個作成した。本論文では「時刻歴応答解析結果」は，作成した 200 個の模擬風力波形を用いた時刻歴応答解析による応答結果の確率統計的な評価結果を指すものとする。構造減衰 ζ が 2% 以上あれば時刻歴応答解析は解析開始から直ちに定常状態となることが確かめられている[6]が，作成した模擬風力波形の先頭はゼロとは限らないため，過渡応答の影響を排除し計算を安定させるため，各波形に次式の包絡関数 $A(t)$ を乗じる。

$$A(t)=\begin{cases}1/2\cdot(1-\cos(\pi/T_s\cdot t)) & (0\le t<T_s)\\ 1 & (t>T_s)\end{cases} \qquad (3)$$

ただし，T_s は包絡関数の立ち上がり時間 (50sec)。

図 5 に平均成分を有する場合と平均成分がゼロの場合の模擬風力波形例を示す。以下，風力の平均成分を有する場合を「平均成分有り」，平均成分がゼロの場合を「平均成分無し」と表記する。

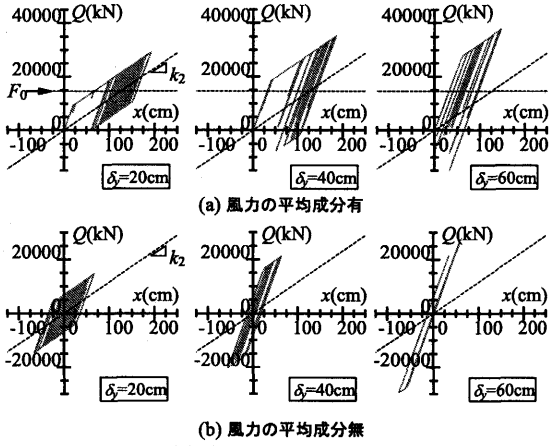

図 6　応答変位－せん断力関係 (α=0.25)

図 6 に α=0.25, δ_y=20, 40, 60cm の場合の応答変位とせん断力の関係を示す。平均成分有りの時，δ_y=20cm の場合には平均変位と平均風力の交点を中心として正負側ほぼ対称の履歴ループを描いている。その変動幅は平均成分無しの場合とほぼ等しい。このとき平均変位と平均風力の交点は第二分岐剛性 k_2 と平均風力 F_0 との釣合点に相当している。一方，δ_y=60cm の場合には，履歴ループをほとんど描くことなく弾性剛性で応答しながら，時々正側の降伏変形を超え，すこしづつ応答変位が正側に移動している。この場合は第二分岐剛性 k_2 と平均風力 F_0 との釣合点まで変位が到達していない。δ_y=40cm の場合は δ_y=20, 60cm の場合の中間的な状態を示している。また，平均成分有りの場合，塑性変形の偏りが生じるものの，変動成分による履歴ループは平均成分の無い場合と大局的にはほぼ同様の傾向を示している。

図 7 に応答変位 rms 値の経時変化を示す。各プロットは解析開始から T_s (=50sec) 経過後から，先頭を 300sec づつずらしながら 600sec の評価時間 (図 7 の灰色波線で示す区間) をとり，それぞれの rms 値を示している (各評価時間の中央の時刻でプロット)。平均成分有りで α=0.25 の場合に最初の評価区間の rms 値が平均成分無しの場合に比べて大きくなっているが，それ以外は本検討の範囲内では解析時間の経過に対して応答変位の rms 値はほぼ一定値を保っている。また，同じ α, δ_y のケースで平均成分有りと無しを比べると，先に述べた α=0.25 の場合の最初の評価区間を除き応答 rms 値はほぼ等しくなっている。

次に既報[3]にならい，応答変位時刻歴波形を境界振動数 $f_{Bound}=1/T_{Bound}$ (T_{Bound} は境界周期 (sec)) を境に低振動数成分波形と高振動数成分波形に分離し，応答結果を検討する。以後，低振動数成分を準静的成分，高振動数成分を共振成分とする。境界周期 T_{Bound} は弾

NII-Electronic Library Service

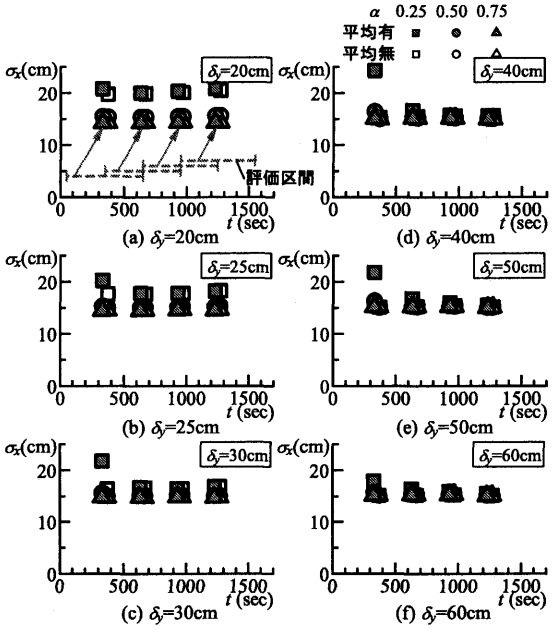

図 7　応答変位 rms 値

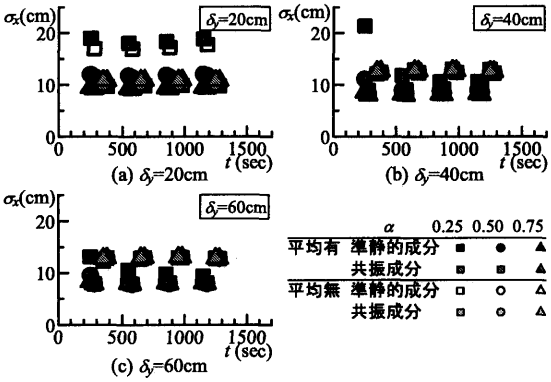

図 8　応答変位 (準静的成分・共振成分) の rms 値

性時固有周期 T_0 の 3 倍にあたる 15sec とした。図 8 に準静的成分および共振成分の応答変位 rms 値 σ_{Bx}, σ_{Rx} の経時変化を示す。共振成分の σ_{Rx} は平均成分の有無による差はほとんど無く，共振成分が平均風力の影響を受けていないことがわかる。準静的成分の σ_{Bx} は α=0.25 の場合に解析開始直後で，平均成分を有する場合が無い場合に比べかなり大きくなっており，時間の経過とともに平均成分無しの値に収束している。図 7 に見られる平均成分の有無による差異は準静的成分の差異が支配的であることがわかる。

図 9 に平均成分を有する場合の応答変位時刻歴波形を各時刻毎に平均したアンサンブル波形を示す。各時刻毎にアンサンブル平均することで変動成分がキャンセルされ，平均風力の影響による平均変位の推移を見ることができる。降伏変形 δ_y が小さい場合は，計算開始後に直ちに大きな平均変位の増加が生じ，以降一定値を保っている。降伏変形 δ_y が大きい場合は，時間の経過とともに徐々に平均変位が増大し，δ_y が大きいほど平均変位の増加割合が小さくなっている。先に述べた応答変位 rms 値の解析開始直後の平均成分有無による差異は，rms 値に平均変位そのものの変動が加わり，見かけ上 rms 値が大きくなったものと考えられる。そのため，評価時間 600sec の間の平均変位の変化が大きい α=0.25 で δ_y=30,40,50cm の場合，準静的成分の応答変位 rms 値に平均成分の有無で差異が生じ，一方，α=0.5,0.75 の場合，δ_y=30～50cm では平均変位の漸増が

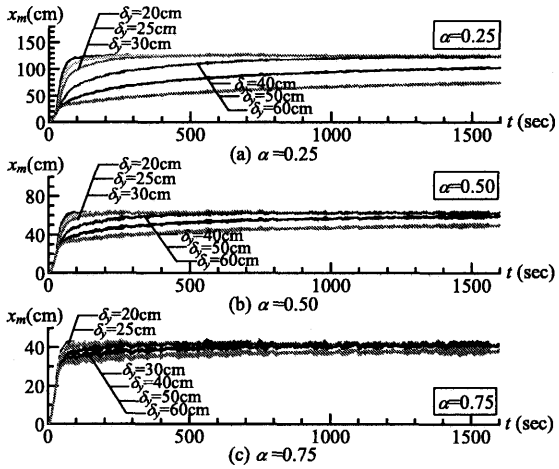

図 9　応答変位時刻歴のアンサンブル波形

見られるものの，変化率が小さいので，平均成分の有無による差異も小さくなっている。また，平均成分の変動は周期の長い変動となるので，準静的成分のみに影響が生じたことが説明できる。

以上，弾塑性時刻歴風応答解析により平均風力の影響を検討し，平均風力の存在により応答変位には平均変位の一方向への偏りが生じ，さらに見かけ上，準静的成分の rms 値に影響が見られるが，応答の変動成分には平均成分の影響が無いことが確かめられた。これから，風力の平均成分有りの場合の応答の変動成分を，平均成分無しの場合の応答で代表可能となると考える。

3. 平均成分を有する広帯域な変動風力による弾塑性構造物へのエネルギー入力

変動風力を受ける構造物へのエネルギー入力は (4) 式のように表され，外力のパワースペクトル密度から定まる安定した量であり，かつ弾塑性系へのエネルギー入力は等価線形系によりモデル化が可能であり[1]，筆者らの提案するエネルギーの釣合に基づく弾塑性風応答予測の基礎となっている。[2]

$$E[\dot{E}_{input}] = \int_0^\infty Re[H_v(f)] \cdot S_F(f) df \qquad (4)$$

ただし，f は振動数，$\dot{E}_{input}$ は単位時間あたりのエネルギー入力，$S_F(f)$ は変動風力のパワースペクトル密度関数（片側スペクトル），$H_v(f)$ は速度の伝達関数，$E[\ ]$ は期待値を，$Re[\ ]$ は複素数の実部を示す。

しかし，既報[1]でも指摘したとおり広帯域性変動風力を受ける弾塑性系の場合，等価線形系によるエネルギー入力の近似はやや誤差が大きい。そこで，広帯域性変動風力による弾塑性系へのエネルギー入力のメカニズムをあらためて検討する。さらに，風力が平均成分を有する場合の弾塑性系へのエネルギー入力について考察する。

3.1 平均成分の無い場合

図 10 に平均成分の無い場合の時刻歴応答解析結果によるエネルギー入力と等価周期 T_{eq} の関係を示す (ただし $T_{eq} = 2\pi\sqrt{m/k_{eq}}$。$m$ は質量，k_{eq} は等価剛性)。広帯域性変動風力による応答変位は，準静的成分による変位点付近を中心に共振成分の振幅が生じるので[3]，等価剛性を下式で評価する。

$$k_{eq} = \sum_{i=1}^{N}\left[\frac{1}{2}Q'_{pi}\cdot x'_{pi}\right] \Big/ \sum_{i=1}^{N}\left[\frac{1}{2}x'^2_{pi}\right] \qquad (5)$$

ただし，$x'_{pi} = (x_{pi+1} - x_{pi})/2$,　$Q'_{pi} = (Q_{pi+1} - Q_{pi})/2$

NII-Electronic Library Service

ここで，x_{pi}, x_{pi+1}，Q_{pi}, Q_{pi+1} は共振成分ゼロクロスサイクル間の連続する (i 番目，(i+1) 番目の) ゼロクロスピーク変位，せん断力および N は評価時間内のサイクル数。

また，本論文に用いるピーク変位の定義と確率密度関数を Appendix A に示す。また，等価減衰係数 c_{eq} は次式で評価できる。

$$c_{eq} = E_{input}/T_{est.} \cdot \sigma_x^2 \tag{6}$$

ただし，$T_{est.}$ は評価時間，E_{input} は評価時間内の振動系へのエネルギー入力。

図 11,12 に時刻歴応答解析結果に対して (5),(6) 式により評価した弾塑性系の等価剛性 k_{eq} と等価減衰定数 $\zeta_{eq} = c_{eq}/2\sqrt{m \cdot k_{eq}}$ を示す。図 10 に示す曲線は，(4) 式による構造減衰 ζ=2,5,10% の減衰弾性系へのエネルギー入力の理論式を示す。検討に用いた広帯域性変動風力の場合，$T_{eq} \leq$ 10sec では ζ によりエネルギー入力の理論式の差はほとんど無いことがわかる。時刻歴応答解析結果は T_{eq} が弾性周期 T_0=5sec より長くなるほど，つまり塑性化の度合いが大きいほど理論式との差が大きくなっている。(4) 式に示すとおり，エネルギー入力は外力のパワースペクトル密度 $S_F(f)$ と応答速度の伝達関数 $H_v(f)$ により表され，弾塑性系であっても応答速度時刻歴波形から求めた速度の伝達関数により厳密に成立することが確かめられている。[1] そこで，図 13 に入力した模擬風力波形と時刻歴応答解析の応答速度時刻歴から求めた応答速度の伝達関数 (実部) を示す。図中の波線は図 11,12 に示す等価剛性と等価減衰定数をもつ等価線形系の速度の伝達関数 ((7) 式) を示す。

$$H_v(f) = \frac{1}{k} \frac{i \cdot 2\pi f}{\left(1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2\right) + i \cdot 2\zeta \left(\frac{f}{f_0}\right)} \tag{7}$$

ただし，k, ζ は系のバネ定数と減衰定数。f_0 は固有振動数。

δ_y が大きい場合，時刻歴応答解析による $H_v(f)$ は，等価線形系理論式とよく一致しているが，δ_y が小さい場合，低振動数側で時刻歴応答解析による $H_v(f)$ は等価線形系理論式よりかなり大きな値を示している。さらに，δ_y=20cm の場合を見ると (図 13 の (a)・(d)・(g))，降伏後の剛性比 α が小さいほど時刻歴応答解析による $H_v(f)$ は低振動数側が大きくなっている。図 11 に示すとおり，δ_y が小さいほど等価バネ定数が小さい，つまり等価周期が長くなり，図 13 の低振動数側の等価線形理論式との差が図 10 に見られるエネルギー入力の時刻歴応答解析結果と理論式の差の原因であると考えられる。狭帯域な応答の場合，弾塑性系と対応する等価線形系の応答変位

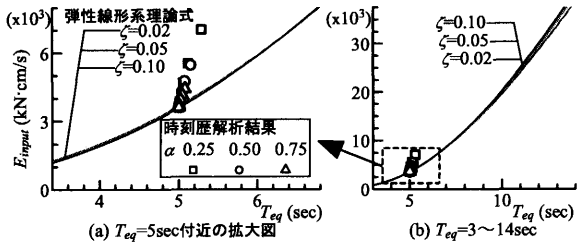

図 10　エネルギー入力の時刻歴応答解析結果と等価線形系理論式の比較

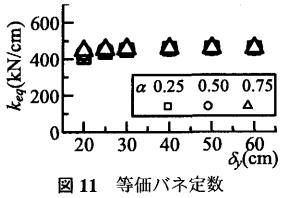

図 11　等価バネ定数

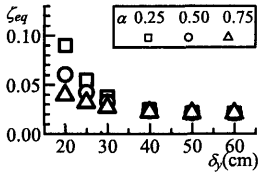

図 12　等価減衰定数

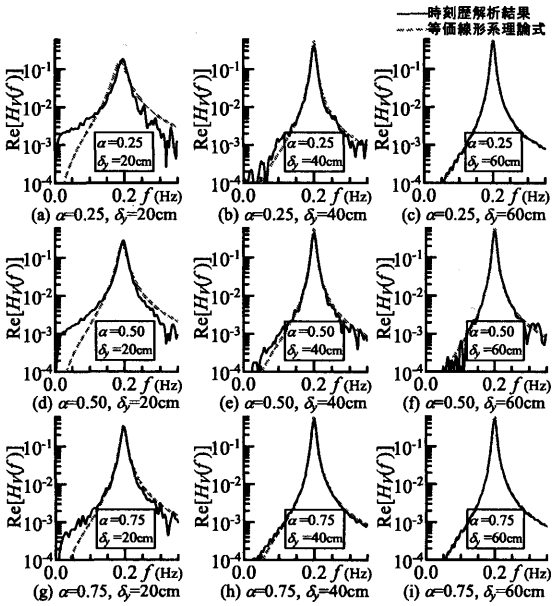

図 13　応答速度の伝達関数

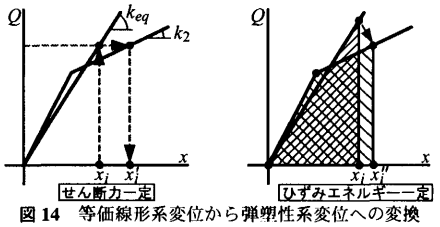

図 14　等価線形系変位から弾塑性系変位への変換

の関係は，図 14 の「ひずみエネルギー一定」の場合に示すように，ひずみエネルギー一定の条件で変換が可能である。[2] しかし広帯域な外力に対する低振動数側つまり準静的成分の応答は，静的な力の釣合となるため，等価線形系と弾塑性系の応答変位の関係は図 14 の「せん断力一定」の場合に示すようになり，等価線形系の応答変位 x_i に対応するせん断力と骨格曲線状で釣合う弾塑性系の変位 x_i' が生じることになる。このとき，弾塑性系に生じる塑性変形は力の釣合によって生じる強制変形であり，系に入力されるエネルギーは一定とはならず，系へのエネルギー入力は降伏後の剛性比 α・降伏変形 δ_y が小さいほど同じせん断力に対する塑性変形が大きくなるので，明らかに増大する。図 13 に表れている弾塑性系の応答速度の伝達関数が低振動数側で等価線形系の理論式を大きく上回り，$\alpha \cdot \delta_y$ が小さいほどその度合いが大きくなるのは準静的成分の力の釣合による応答の影響であると考えられる。

そこで，準静的成分の力の釣合によって生じる履歴吸収エネルギーを (8) 式で評価し，時刻歴応答解析結果と比較する。

$${}_BW_P = \nu_B \cdot 2Q_y' \left\{ \frac{\overline{1 \cdot BXP} - 2E[{}_Rx; {}_Rx \geq \delta_y]}{k_2/k_{eq}} \right\} \tag{8}$$

ただし，ν_B は準静的成分ゼロクロッシング数，$Q_y' = (1-\alpha)k_1 \cdot \delta_y$。$\overline{1 \cdot BXP}$ は (9) 式による準静的成分ゼロクロスサイクル 1/2 サイクルあたりの塑性変形の期待値，$E[{}_Rx; {}_Rx \geq \delta_y]$ は δ_y 以上となる共振成分波形の振幅の期待値で $\overline{1 \cdot BXP}$ のうちの共振成分の寄与分に相当する。

$$\overline{1 \cdot BXP} = \int_{2\delta_y}^{\infty} p_{eq\Delta_{B,p-p}}(\xi)(\xi - 2\delta_y)\, d\xi \tag{9}$$

$$E[{}_Rx; {}_Rx \geq \delta_y] = \int_{\delta_y}^{\infty} p_{Rayleigh}(\xi) \cdot \xi\, d\xi \tag{10}$$

NII-Electronic Library Service

Architectural Institute of Japan

$p_{eq\Delta_{B,p-p}}(\xi)$ は準静的成分の rms 値として σ_{F_L}/k_1(σ_{F_L} は変動風力の低振動数成分波形の rms 値) を用いて (A.3) 式により求めた弾性時の準静的成分ゼロクロスサイクル間のピーク・ピーク変位の確率密度関数。ε は境界振動数 f_{Bound} 以下の低振動数成分波形のパワースペクトル密度の特性を表すパラメータとし，(A.11) 式の積分の上限を f_{Bound} として m_j を求め，(A.10) 式で評価したものであり，境界振動数 $f_{Bound}=1/T_{Bound}$=1/15 に対しては ε=0.788 である。

図 15 に (8) 式による準静的成分の力の釣合によって生じる履歴吸収エネルギー ${}_BW_P$，${}_BW_P$ と等価線形系のエネルギー入力の予測値との和として評価した弾塑性系の E_{input} の予測値および時刻歴応答解析によるエネルギー入力を示す。図中の曲線は ζ=5% の場合の (4) 式によるエネルギー入力の理論式を示す。準静的成分の力の釣合を考慮した弾塑性系のエネルギー入力の予測値は時刻歴応答解析結果とよく合っており，広帯域性の変動風力を受ける弾塑性系へのエネルギー入力は (4) 式の理論式と (8) 式による準静的成分の力の釣合によって生じる履歴吸収エネルギー ${}_BW_P$ の和となることが確認された。このとき，${}_BW_P$ は変動風力の低振動数成分波形の rms 値 σ_{F_L} と応答変位の共振成分波形の rms 値 σ_{Rx} により決定する量であるので，応答変位の準静的成分を変動風力の特性と応答変位の共振成分から評価可能であると考えられる。

そこで，外乱と弾塑性系と静的な力の釣合を用いて，変動風力の rms 値と応答変位の共振成分波形の rms 値が既知の時に，弾塑性系の準静的成分波形の rms 値を評価する。外乱の振幅 $F(t)$ に対する系の弾性剛性 k_1 の静的な力の釣合による応答変位 x_0 は $x_0(t)=F(t)/k_1$ と表される。変動風力の振幅はガウス分布に従う[3]ので，明らかに $x_0(t)$ もガウス分布に従う。また，静的な力の釣合による弾塑性系の応答変位 x_0' は，平均的には復元力特性の骨格曲線上を移動すると仮定し，さらに共振成分のゼロクロスピーク変位 ${}_Rx_p$ の期待値の分，見かけの降伏変形が減少する効果を考慮して次式で表わす。

$$x_0'(t)=\begin{cases} x_0(t) & (x_0(t)\le\delta_y') \\ (x_0(t)-\delta_y')/\alpha+\delta_y' & (x_0(t)>\delta_y') \end{cases} \tag{11}$$

$$\delta_y'=\delta_y-E[{}_Rx_p]=\delta_y-\sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma_{Rx} \tag{12}$$

x_0' と x_0 それぞれの分散は次式となる。

$$\sigma_{Bx_0}=\sigma_F/k_1 \tag{13}$$

$$\sigma_0^2=2\int_0^\infty x_0^2\cdot p_{Gauss}(x_0;\sigma_{Bx_0})\,dx_0 \tag{14}$$

$$\sigma_1^2=2\int_0^\infty x_0'^2\cdot p'(x_0)\,dx'=2\int_0^\infty x_0'^2\cdot p_{Gauss}(x_0;\sigma_{Bx_0})\,dx_0 \tag{15}$$

ただし，σ_F は変動風力の rms 値，k_1 は弾性剛性。

σ_0^2 と σ_1^2 の差を静的な力の釣合による弾塑性系の応答における塑性化の影響と考え，弾塑性系の準静的成分の rms 値を次式で表す。

$$\sigma_{Bx}=\sqrt{\sigma_{Bx_0}^2+(\sigma_1^2-\sigma_0^2)} \tag{16}$$

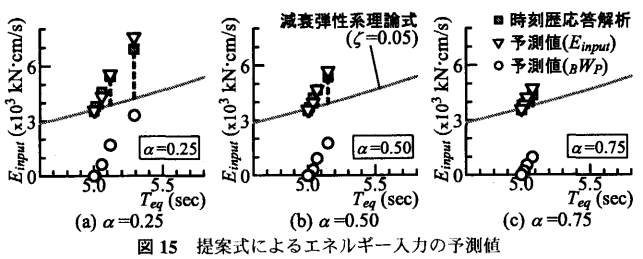

図 15　提案式によるエネルギー入力の予測値

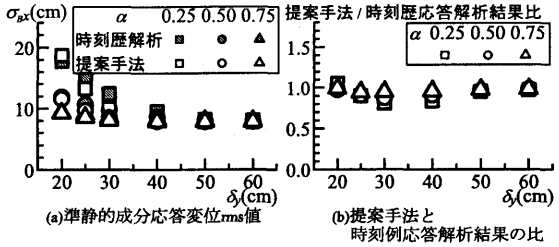

図 16　準静的成分の応答変位 rms 値の予測値と時刻歴応答解析結果の比較

図 16 に準静的成分の応答変位 rms 値の予測値と時刻歴応答解析結果を比較して示す。提案手法は時刻歴応答解析とよく合っており，静的な力の釣合を考慮して準静的成分の応答変位 rms 値の評価が可能であることが確認された。

3.2 平均成分を有する場合

つぎに，平均成分を有する変動風力を受ける弾塑性系のエネルギー入力について検討する。平均成分を有する場合，塑性変形が一方向に偏り，平均変位の推移が生じる。図 17 に風力の平均成分の影響による荷重-変形関係と塑性履歴吸収エネルギーの関係の概念図を示す。この平均変位の推移により，ある時刻 t に平均変位 $x_m(t)$ が生じると，(17) 式に示す図 17 のハッチングの範囲の仕事量 ${}_{st}W_P$ が，静的な力の釣合により生じる。

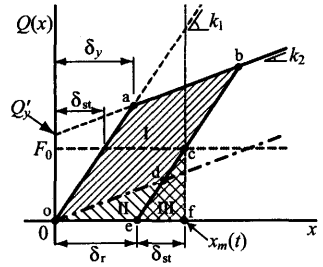

図 17　平均風力によるエネルギー入力

$$\begin{aligned} {}_{st}W_P &= W_P(I)+W_P(II)+W_P(III) \\ W_P(I) &= \text{図 17 の}\square\text{oabd の面積} = Q_y'\cdot(x_m(t)-\delta_{st}) \\ W_P(II) &= \text{図 17 の}\triangle\text{ ode の面積} = 1/2\cdot\alpha/(1-\alpha)\cdot k_1\,\delta_r^2 \\ W_P(III) &= \text{図 17 の}\triangle\text{ cef の面積} = 1/2\cdot F_0\cdot\delta_{st} \end{aligned} \tag{17}$$

ただし，$Q_y'=(1-\alpha)k_1\cdot\delta_y$，$\delta_{st}$ は平均風力 F_0 に対する弾性時応答変位，$\delta_r(t)$ は時刻 t における残留変形であり，$\delta_r(t)=x_m(t)-\delta_{st}$。

図 18 に図 9 に示す風力の平均成分がある場合の時刻歴応答解析結果の平均応答変位を $x_m(t)$ として (17) 式から求めた平均変位の推移により消費されるエネルギー ${}_{st}W_P$ と時刻歴応答解析結果による平均風力によるエネルギー入力の平均成分無しの場合からの増分 $\Delta E_{input}=\overline{E_{input}}$(平均成分有り) $-\overline{E_{input}}$(平均成分無し) を示す。ただし，$\overline{E_{input}}$ はエネルギー入力時刻歴のアンサンブル波形。図 18 に示すとおり，提案式による予測値は時刻歴応答解析結果とよく合っており，風力の平均成分のエネルギー入力に与える影響は，平均変位の推移による消費エネルギーのみで評価が可能であることがわかる。

以上，本章では，風力の平均成分の無い広帯域性変動風力による弾塑性系へのエネルギー入力のメカニズムを検討し，つづいて風力の平均成分が弾塑性系のエネルギー入力に与える影響を調べた。平均成分を有する広帯域性変動風力を受ける弾塑性系へのエネルギー入力は，(4)式のエネルギー入力の理論式と準静的成分および平均風力に対する静的な力の釣合によって消費される仕事量の和となることを示した。このとき，(4)式で表される弾塑性系へのエネルギー入力は，静的な力の釣合による応答の影響を受けず，平均成分を有す

NII-Electronic Library Service

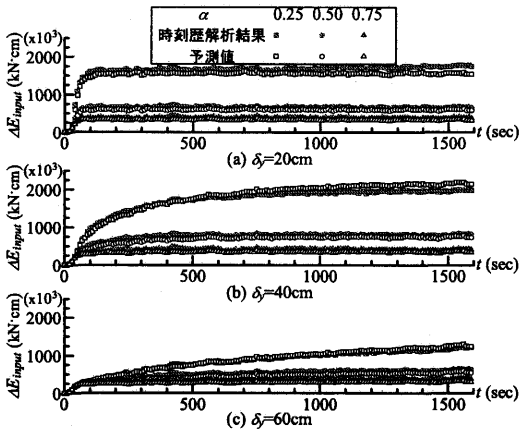

図 18 平均風力によるエネルギー入力の増分と時刻歴応答解析結果と応答平均変位による予測値の比較

る広帯域性変動風力による弾塑性応答を変動成分と静的な力の釣合による応答により評価することが可能であると考える。

4. 弾塑性風応答変位の予測手法

4.1 平均風力による平均変位の推移の予測

本節では図 9 に見られる風力の平均成分による平均変位の推移の予測法を示す。辻田ら[7]，大熊ら[8]は風力の平均成分による弾塑性系の平均変位の推移を，正側のみに塑性変形が表れるとして評価している。また，辻田ら[7]はこの平均変位の推移の性状を降伏点比 (弾性応答時最大変位と降伏変位の比) の大小 2 つのグループ分けをして応答予測手法を提案している。しかし，図 9 に示すように，平均変位の推移に明確な境界はなく，一つの手法で連続的に平均変位の推移を取り扱い，評価することが必要と考える。

前章までの検討により，風力に平均成分がある場合でも，変動成分の応答の基本性状は平均成分が無い場合と同等なので，ピーク変位の確率密度関数は既報[3]で提案した平均風力の無い場合の確率密度関数により評価が可能と考えられ，ある時間あたりの塑性変形量を正側・負側それぞれ評価し，その差により平均変位の推移を評価できると考える。風力に平均成分 F_0 がある場合，時刻 t では F_0 と $x_m(t)$ との交点を中心として変動成分の応答が生じる (図 6)。この時，図 19 に示すように，F_0 と $x_m(t)$ との交点 o' からの正・負側それぞれの降伏点までの変形 (見かけの降伏変形) δ'_{y+}, δ'_{y-} に不一致が生じ，塑性変形に偏りが生じる[8]。この偏りは F_0 と原点からの第二分岐剛性との釣合点 x_{m0} に収束する。正・負側の塑性変形の差 (偏り) は残留変形なので，時刻 t で残留変形 $\delta_r(t)$ が生じている時，Δt 後の残留変形は Δt 間の正・負側の塑性変形の期待値の差として次式で表される。

$$\delta_r(t+\Delta t) = \delta_r(t) + \nu_R(\overline{{}_1x'_{p+}} - \overline{{}_1x'_{p-}}) \tag{18}$$

ν_R は共振成分のゼロクロッシング数，$\overline{{}_1x'_{p+}}$, $\overline{{}_1x'_{p-}}$ は共振成分ゼロクロスサイクルの 1/2 サイクル間の正・負側の塑性変形の期待値であり，見かけの降伏変形 δ'_{y+}, δ'_{y-} と，弾塑性系の共振成分ゼロクロスサイクル間のピーク変位の確率密度関数 $p_{x_{R,p}}$ を用いて次式となる。

$$\overline{{}_1x'_{p\pm}} = \int_{\delta'_{y\pm}}^{\infty} p_{x_{R,p}}(x)\cdot(x-\delta'_{y\pm})dx \qquad \text{(複号同順)} \tag{19}$$

$$\delta'_{y\pm} = \delta_y \mp (\delta_{st} + \frac{\alpha}{1-\alpha}\delta_r(t)) \qquad \text{(複号同順)} \tag{20}$$

弾塑性系の応答変位 x は，等価線形系の応答変位 ${}_{eq}x$ と (21)式に示すひずみエネルギー一定の関係で結ばれるので，[2]

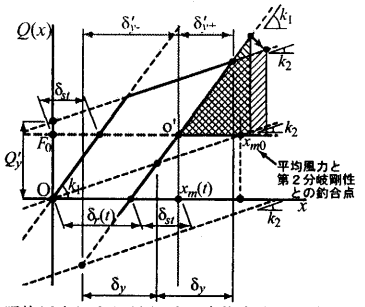

図 19 平均風力による見かけの降伏変形の変化と塑性変形

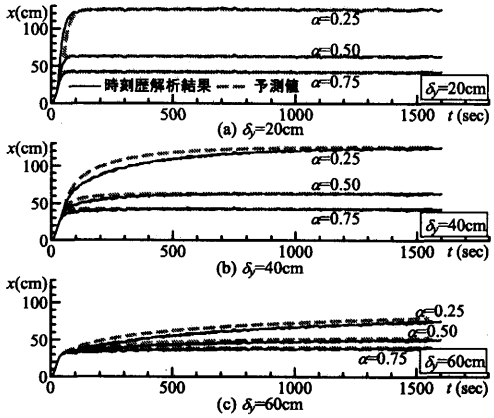

図 20 平均変位応答の予測値

$$\frac{1}{2}k_{eq}\cdot_{eq}x^2 = \begin{cases} \frac{1}{2}k_1\cdot x^2 & (x \leqq \delta'_y) \\ \frac{1}{2}\alpha k_1\cdot x^2 + (1-\alpha)k_1\cdot\delta'_y\cdot x - \frac{1}{2}(1-\alpha)k_1\cdot\delta'^2_y & (x > \delta'_y) \end{cases} \tag{21}$$

さらに弾塑性系の共振成分ゼロクロスサイクル間のピーク変位 x の発生確率 $p_{x_{R,p}}(x)dx$ と対応する等価線形系の共振成分ゼロクロスサイクル間のピーク変位 ${}_{eq}x$ の発生確率 $p'({}_{eq}x)d_{eq}x$ が等しいので，(19) 式は (21)式により $x \to {}_{eq}x$ に変数変換し，以下のようになる。

$$\overline{{}_1x'_{p\pm}} = \int_{\delta''_{y\pm}}^{\infty} p'_{eqx_{R,p}}(x)\cdot({}_{eq}x(x) - \delta''_{y\pm})d_{eq}x \qquad \text{(複号同順)} \tag{22}$$

$$\text{ただし，}\quad \delta''_{y\pm} = \sqrt{\frac{k_1}{k_{eq}}}\,\delta'_{y\pm} \qquad \text{(複号同順)} \tag{23}$$

等価線形系の共振成分ゼロクロスサイクル間のピーク変位の確率密度関数 $p'_{eqx_{R,p}}$ は (A.2)式で表すことができ，$\overline{{}_1x'_{p+}}$, $\overline{{}_1x'_{p-}}$ は σ_{Bx}, σ_{Rx} の関数となる。

図 20 に平均成分有りの場合の平均応答変位の推移の予測値と時刻歴応答解析結果のアンサンブル波形を示す。予測値は Δt=1sec(T_0 の 1/4 程度相当) として (18)式を step by step で求めたものである。予測値の σ_{Bx}, σ_{Rx} には，2 章の時刻歴応答解析結果から図 8 に示す最終の評価区間の値を全時間に対して用いた。予測値は時刻歴応答解析に比べ，解析開始直後に若干の誤差があるものの，平均応答変位の推移の特徴をよく再現しており，本手法の有効性が確認された。

4.2 エネルギーの釣合に基づく弾塑性風応答変位の予測法

前章までの検討により，平均成分を有する広帯域性変動風力を受ける弾塑性系へのエネルギー入力は，(4)式のエネルギー入力の理論式と準静的成分および平均風力に対する静的な力の釣合によって消費される仕事量の和となり，平均成分を有する広帯域性変動風力による弾塑性応答を変動成分と静的な力の釣合による応答により評価することが可能であることを示した。これから，変動成分の予測に

NII-Electronic Library Service

Architectural Institute of Japan

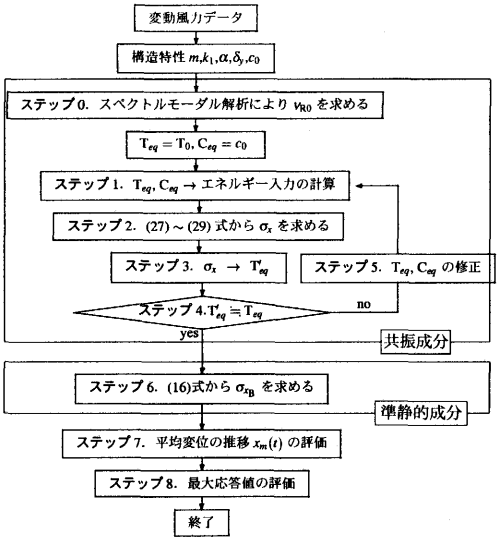

図 21 変動風力に対する弾塑性応答予測フロー

既報[2]の方法を適用し，それに静的な力の釣合による応答を加味することで平均成分を有する広帯域性変動風力による弾塑性応答の予測が可能であると考えられる。

本章では，既報[2]のエネルギーの釣合に基づく弾塑性応答予測手法を拡張を示し，提案手法による予測結果と時刻歴応答解析結果と比較し，その有効性について検討する。図 21 に弾塑性応答予測のフローを示す。

ステップ 0. 弾性時 ν_{R0} の計算

変動風力のパワースペクトル密度 $S_F(f)$ に対して，構造特性の初期剛性と構造減衰からスペクトルモーダル解析により，共振成分の応答変位・応答速度の rms 値 $\sigma_{Rx},\sigma_{R\dot{x}}$ と弾性時ゼロクロッシング数 ν_{R0} を求める。

$$\sigma_{Rx}^2=\int_{f_{Bound}}^{\infty}|\chi(f;f_0,\zeta_0)|^2\cdot S_F(f)df \tag{24}$$

$$\sigma_{R\dot{x}}^2=\int_{f_{Bound}}^{\infty}(2\pi f)^2|\chi(f;f_0,\zeta_0)|^2\cdot S_F(f)df \tag{25}$$

$$\nu_{R0}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\sigma_{R\dot{x}}^2}{\sigma_{Rx}^2}} \tag{26}$$

ただし，f_0:固有振動数，ζ_0:減衰定数，$|\chi(f;f_0,\zeta_0)|$ は固有振動数 f_0，減衰定数 ζ_0 の力学的アドミッタンス，$S_F(f)$:変動風力のパワースペクトル密度。f_{Bound} は境界振動数。

ステップ 1. エネルギー入力の計算

以下，等価周期 T_{eq} を仮定して，エネルギーの釣合を基に弾塑性系の応答を求める。

与えられた $S_F(f)$ に対して，(4) 式に等価線形系の速度の伝達関数 $H_v(f)$ を用いてエネルギー入力 E_{input} を求める。

ステップ 2. エネルギーの釣合から応答変位の rms 値を求める

(27)式のエネルギー釣合式を (28)･(29)式を条件として解き単位時間あたりのエネルギー入力 E_{input} と粘性減衰エネルギー W_D，履歴吸収エネルギー W_P の和が釣合う共振成分の応答変位 rms 値 σ_{Rx} を求める。

$$E_{input}=W_D(\sigma_{Rx})+W_P(\sigma_{Rx}) \tag{27}$$

$$W_D(\sigma_{Rx})=c_0\cdot(2\pi\nu'\cdot\sigma_{Rx})^2 \quad (28) \qquad W_P(\sigma_{Rx})=\nu'\cdot 2Q'_y\cdot\overline{{}_{1\cdot R}x_p} \quad (29)$$

$$\overline{{}_{1\cdot R}x_p}=E[\Delta_{R,p-p}-2\delta_y]=\int_{2\delta_y}^{\infty}\frac{x}{(1+\beta)^2\sigma_{Rx}^2}\exp\left(-\frac{x^2}{2(1+\beta)^2\sigma_{Rx}^2}\right)\cdot(x-2\delta_y)\,dx \tag{30}$$

ただし，$\zeta=C_{eq}/2m(2\pi/T_{eq})$，$Q'_y=(1-\alpha)k_1\delta_y$，$\overline{{}_{1\cdot R}x_p}$ は共振成分ゼロクロスサイクルの 1/2 サイクルあたりの塑性変形の期待値。ν' はステップ 0 で求めた ν_{R0} に対して，塑性化の影響を加味し，次式のように修正したゼロクロッシング数。

$$\nu'=\nu_{R0}\cdot\sqrt{k_{eq}/k_1} \tag{31}$$

ステップ 3. 応答変位の対応する等価周期の計算

求まった σ_{Rx} に対して，(32) 式から等価バネ定数 k'_{eq} を求め，求めた σ_{Rx} に対応する等価周期 $T'_{eq}=2\pi\sqrt{m/k'_{eq}}$ を求める。

$$k'_{eq}=k_1\cdot\left\{1-(1-\alpha)e^{-\frac{\delta_y^2}{2\sigma_{Rx}^2}}+(1-\alpha)\sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{\delta_y}{2\sigma_{Rx}}\left(1-\mathrm{erf}\left(\frac{\delta_y}{\sqrt{2}\sigma_{Rx}}\right)\right)\right\} \tag{32}$$

ステップ 4. 釣合の判定

ステップ 1 で仮定した T_{eq} とステップ 3 で求めた T'_{eq} がほぼ等しければ，仮定したエネルギー入力が妥当であることになり，エネルギー入力と弾塑性系の吸収エネルギーが釣合ったことになるので，ステップ 6 へ進む。そうでなければ，ステップ 5 へ進む。

ステップ 5. 等価線形系の修正

ステップ 3 で求めた等価周期 T'_{eq} と次式で修正した等価減衰定数 C_{eq} を用いて，等価線形系を修正して，ステップ 1 へ戻る。

$$\sigma_{R\dot{x}}=2\pi\nu'\cdot\sigma_{Rx} \tag{33}$$

$$C_{eq}=E_{input}/\sigma_{R\dot{x}}{}^2 \tag{34}$$

ステップ 6. 準静的成分応答変位 rms 値 σ_{Bx} の計算

準静的成分応答変位 rms 値 σ_{Bx} は，求めた共振成分の応答変位 rms 値 σ_{Rx} と変動風力の rms 値 σ_F を (16)式に代入して求める。

ステップ 7. 平均風力による平均変位の推移の計算

共振成分の応答変位 rms 値 σ_{Rx} と平均風力に対する弾性剛性による静的応答変位 $\delta_{st}=F_0/k_1$ から (18) 式より残留変形 $\delta_r(t)$ を求め，次式によりある時刻の平均風力による平均応答変位 $x_m(t)$ を求める。

$$x_m(t)=\delta_{st}+\delta_r(t) \tag{35}$$

ステップ 8. 最大応答変位の計算

最大応答変位の期待値 $\overline{x_{max}}$ は，ステップ 7 で求めた平均風力による平均変位の推移 $x_m(t)$ の評価時間 $Test.$ の 1/2 の時点での値と，弾塑性系の共振成分ゼロクロスサイクル間のピーク変位の確率密度関数の予測値 $p_{x_{R,p}}(x)$ を用いて次式[9]により評価する。

$$\overline{x_{max}}=x_m(T_{est.}/2)+\int_0^{\infty}xp_{max}(x)dx_i \tag{36}$$

$p_{max}(x)$ は T 時間内のゼロクロスピークのうち最大ピークが x をとる確率密度関数。ピークが x を越す累積確率分布を $q(x)$ とすると，

$$p_{max}(x)=N[1-q(x)]^{N-1}\,p_{x_{R,p}}(x) \tag{37}$$

ただし，$q(x)=\int_x^{\infty}p_{x_{R,p}}(\zeta)d\zeta$

$$N=\begin{cases}2\cdot T_{est.}\cdot\nu' & \text{(平均風力が無い場合)}\\ T_{est.}\cdot\nu' & \text{(平均風力がある場合)}\end{cases}$$

図 22，23 に提案手法による応答変位の rms 値および最大値の予測値と時刻歴応答解析の結果を比較して示す。予測値は α=0.25 で δ_y が小さい場合にやや誤差が大きいものの，全般的には時刻歴応答解析結果とよく適合しており，提案手法の妥当性が確認された。

NII-Electronic Library Service

Architectural Institute of Japan

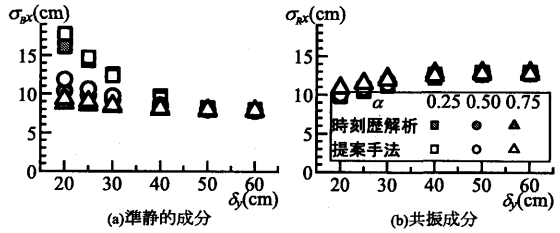

図 22　応答変位の rms 値の予測値と時刻歴応答解析結果の比較

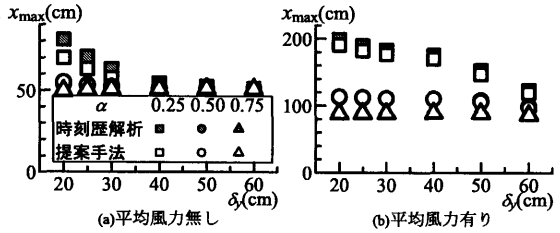

図 23　応答変位の最大値の予測値と時刻歴応答解析結果の比較

5. 結

平均成分を有する広帯域性変動風力を受ける弾塑性構造物の確率統計的な応答予測手法とその有効性を検討し，以下の結論を得た。

1. 弾塑性時刻歴風応答解析により，風力の平均成分が平均応答変位の一方向への偏りを生じさせ，その結果，見かけ上，準静的成分の応答変位に影響を与える以外は，応答の変動成分に影響を与えないことを示した。
2. 平均成分を有する広帯域性変動風力を受ける弾塑性系のエネルギー入力は，既報[1]によるエネルギー入力の理論式に，準静的成分と平均風力による静的な力の釣合によって消費される仕事量の和となることを示した。
3. これらの知見をもとに，エネルギーの釣合と静的な力の釣合平均成分を有する広帯域性変動風力による弾塑性応答を，エネルギーの釣合から求まる変動成分に，静的な力の釣合を加味することによって評価する方法を提案し，提案手法による予測値と時刻歴応答解析結果を比較し，時刻歴応答解析を用いずに弾塑性応答を評価することが可能であることを示した。

参考文献

1) 吉江慶祐, 北村春幸, 大熊武司: 変動風力による弾塑性構造物への総エネルギー入力に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, 第 572 号, pp. 31–38, 2003.10
2) 吉江慶祐, 北村春幸, 大熊武司: エネルギーの釣合に基づく変動風力を受ける弾塑性構造物の応答予測手法, 日本建築学会構造系論文集, 第 589 号, pp. 59–66, 2005.3
3) 吉江慶祐, 大熊武司, 北村春幸, 和田章: 広帯域性の変動風力を受ける弾塑性構造物の応答変位振幅の確率分布, 日本建築学会構造系論文集, 第 604 号, pp. 37–46, 2006.6
4) 日本建築学会: 建築物荷重指針・同解説 (2004), 2004
5) 星谷勝: 確率論手法による構造解析, 鹿島出版会, 1973
6) 吉江慶祐, 北村春幸, 大熊武司, 和田章: 時刻歴風応答解析におけるアンサンブル平均のばらつき, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (近畿)B-1, pp. 233–234, 2005.9
7) 辻田修, 早部安弘, 大熊武司, 和田章: 弾塑性構造物の風応答性状ならびにその予測手法に関する研究 その 2 風方向振動の場合, 日本建築学会構造系論文集, 第 485 号, pp. 25–34, 1996.7
8) 大熊武司, 三石正史, 下村祥一: 高層建築物の風方向弾塑性振動の応答予測（その 1，2），日本建築学会大会学術講演梗概集 (中国)B-1, pp. 129–132, 1999.9
9) 岡内功, 伊藤學, 宮田利雄: 耐風構造, 丸善株式会社, 1977.5

Appendix A. 減衰弾性系の応答変位振幅の確率密度関数

広帯域性変動風力を受ける減衰弾性系の応答変位振幅の確率密度関数は既報[3]より以下のように表すことができる。

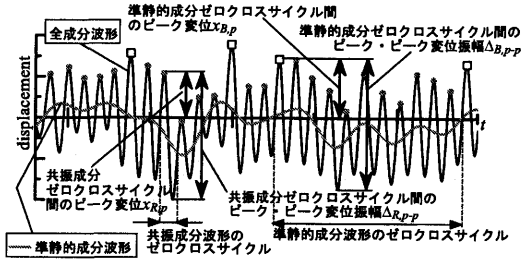

図 24　応答変位波形のピーク変位の定義

図 24 に本論文に用いる応答変位波形のピーク変位の定義を示す。図中の灰色の実線は準静的成分波形である。準静的成分波形，共振成分波形がゼロを正勾配で公差する周期をそれぞれ準静的成分および共振成分のゼロクロスサイクルとする。図 24 では共振成分のゼロクロスサイクルは全成分波形が準静的成分波形を正勾配で公差する周期となって表される。図 24 に示すように，準静的成分および共振成分のゼロクロスサイクル間の全成分波形の極値のうち，最大の極大値および最小の極小値を準静的成分ゼロクロスサイクル間のピーク変位 $x_{B,p}$，共振成分ゼロクロスサイクル間のピーク変位 $x_{R,p}$ とする。さらに，隣り合う準静的成分・共振成分それぞれのゼロクロスサイクル間のピーク変位の差をそれぞれ準静的成分ゼロクロスサイクル間のピーク・ピーク変位振幅 $\Delta_{B,p-p}$，共振成分ゼロクロスサイクル間のピーク・ピーク変位振幅 $\Delta_{R,p-p}$ とする。また，準静的成分波形および共振成分波形の rms 値をそれぞれ σ_{Bx},σ_{Rx} とする。

(1) 準静的成分ゼロクロスサイクル間のピーク変位 $x_{B,p}$

$$p_{x_{B,p}}(x;\sigma_{Bx},\sigma_{Rx},\varepsilon)=\int_0^\infty \frac{1}{\phi}p_{w.b.p}(\xi;\sigma_{Bx},\varepsilon)p_{Rayleigh}(x-\xi;\sigma_{Rx})d\xi \tag{A.1}$$

ただし，$\phi=\int_0^\infty p_{w.b.p}(\xi;\sigma_{Bx},\varepsilon)d\xi=\dfrac{1+\sqrt{1-\varepsilon^2}}{2}$

(2) 共振成分ゼロクロスサイクル間のピーク変位 $x_{R,p}$

$$p_{x_{R,p}}(x;\sigma_{Rx},\sigma_{Bx})=\int_0^\infty p_{Rayleigh}(\xi;\sigma_{Rx})p_{Gauss}(x-\xi;\sigma_{Bx})d\xi \tag{A.2}$$

(3) 準静的成分ゼロクロスサイクル間のピーク・ピーク変位 $\Delta_{B,p-p}$

$$p_{\Delta_{B,p-p}}(x;\sigma_{Bx},\sigma_{Rx},\varepsilon)\fallingdotseq\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}) \tag{A.3}$$

$$\mu=2\int_0^\infty x\cdot p_{x_{B,p}}(x;\sigma_{Bx},\sigma_{Rx},\varepsilon)dx \tag{A.4}$$

$$\sigma^2=2\int_0^\infty x^2\cdot p_{x_{B,p}}(x;\sigma_{Bx},\sigma_{Rx},\varepsilon)dx-\mu^2/2 \tag{A.5}$$

(4) 共振成分ゼロクロスサイクル間のピーク・ピーク変位 $\Delta_{R,p-p}$

$$p_{\Delta_{R,p-p}}(x;\sigma_{Rx},\beta(\zeta))=\frac{1}{1+\beta}p_{Rayleigh}(\frac{x}{1+\beta},\sigma_{Rx}) \tag{A.6}$$

ただし，$\beta=\exp(-\zeta\cdot\pi)$，$\zeta$ は振動系の減衰定数。

$p_{Gauss}(\xi)$, $p_{Rayleigh}(\xi)$ は ξ を標準偏差 σ_ξ の確率変数とするガウス分布とレーリー分布で，それぞれ以下の式で表される。

$$p_{Gauss}(\xi;\sigma_\xi)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\xi}\exp(-\frac{\xi^2}{2\sigma_\xi^2}) \tag{A.7}$$

$$p_{Rayleigh}(\xi;\sigma_\xi)=\frac{\xi}{\sigma_\xi^2}\exp(-\frac{\xi^2}{2\sigma_\xi^2}) \tag{A.8}$$

$p_{w.b.p}(\xi_p)$ は広帯域性の定常ガウス過程の極大値分布の理論式で次式による。

$$p_{w.b.p}(\xi_p;\sigma_\xi,\varepsilon)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\xi}\left[\varepsilon\exp\left(-\frac{1}{2}\frac{\xi_p^2}{\varepsilon^2\sigma_\xi^2}\right)+\sqrt{1-\varepsilon^2}\frac{\xi_p}{\sigma_\xi}\exp\left(-\frac{\xi_p^2}{2\sigma_\xi^2}\right)\sqrt{\frac{\pi}{2}}\left\{1+\mathrm{erf}\left(\frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\sqrt{2}}\frac{\xi_p}{\varepsilon\sigma_\xi}\right)\right\}\right] \tag{A.9}$$

ただし，$\mathrm{erf}(\tau)$ は誤差関数 $\mathrm{erf}(\tau)=\dfrac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^\tau e^{-t^2}dt$ を表す。

ε はパワースペクトル密度の特性を表すパラメータで以下による。

$$\varepsilon=\sqrt{\frac{m_0m_4-m_2^2}{m_0m_4}} \tag{A.10}$$

$$m_j=\int_0^\infty \omega^j S_\xi(\omega)d\omega \tag{A.11}$$

（2006年 4 月10日原稿受理，2006年 6 月16日採用決定）

NII-Electronic Library Service