日本建築学会構造系論文集 第74巻 第638号, 639-645, 2009年 4 月
J. Struct. Constr. Eng., AIJ, Vol. 74 No. 638, 639-645, Apr., 2009

高減衰積層ゴム支承の水平２方向変形時の力学特性に関する実大実験およびモデル化

FULL-SCALE TESTS AND ANALYTICAL MODELING OF HIGH-DAMPING RUBBER BEARINGS UNDER TWO HORIZONTAL DIRECTIONAL LOADING

山本雅史*, 嶺脇重雄*, 米田春美**, 東野雅彦***, 和田　章****
Masashi YAMAMOTO, Shigeo MINEWAKI, Harumi YONEDA, Masahiko HIGASHINO and Akira WADA

Horizontal biaxial loading tests were conducted on full-scale high-damping rubber bearings (HDR) to observe its performance. Two HDRs of diameter 700mm and 1300mm were used. Hysteresis loops by biaxial loadings became more swollen than those by uniaxial loadings. Hysteresis loops in the sub axis were so singular that the maximum restoring force was given around zero displacement. In strong nonlinear state, restoring force act in circumferential direction that cause torsional deformations of HDRs. This effect resulted in an earlier failure of HDR700. A technique to identify HDR's biaxial force deformation relationship was presented and demonstrated to have good performance.

Keywords: *Seismic isolation, High-damping rubber bearing, Full-scale test, Analytical modeling, Two directional test*
免震，積層ゴム，実大実験，モデル化，二方向試験

１．はじめに

日本において、建築物の免震構造は 1983 年に竣工した八千代台の住宅に始まり、1980 年代には徐々に実建物に適用されはじめるようになった。当初は特殊な技術として特別な建物に適用されるに留まっていたが、1995 年の阪神淡路大震災を契機として、適用数が大幅に増加した。また、2000 年からは従来必要であった建物個別の評定が一定の条件を満たす建物について不要になる [1]など免震構造は社会的にも認知されているといえる。

免震構造は地震に対する建物の安全性を向上させるための優れた架構形式であるが、この利点を享受するためには各免震部材の特性を正しく把握することが重要になる。これは免震構造が免震層に変形を集中させる架構形式であり、建物の振動性状は免震層の特性に大きく支配されるからである。

このため、免震層を構成する主要な支承部材である積層ゴムについて、その力学特性を実験により明らかにし、実験結果を模擬できる解析モデルを提案する既往の研究も多くなされている[例えば 2]。これらの多くは水平１方向変形に関するものがほとんどで、水平２方向変形に関する研究 [3)~6)]は少ない。しかしながら、地震時に免震層は２方向に変形するため２方向変形を考慮した実験および解析モデルの構築は免震構造の信頼性を向上させる上で必要である。

既往の２方向変形に関する研究の内、水越ら [3]、杉山ら [5]、阿部ら [6] は用いた試験体のゴム平面形状がそれぞれφ156mm（φ73mm 中空）、φ400mm、210mm×210mm であり縮小試験体としての扱いである。岩田ら [4] は実大の試験体を用いているがφ830mm、面圧 6.5MPa であり、現在、建築物で一般に用いられる値と比較すると十分とはいえない。このように、２方向変形に関する実験データは未だ十分である。

以上のことから、実大の積層ゴム支承（直径 700mm および直径 1300mm）を用いて２方向変形時の積層ゴムの特性を実験的に調べ、その実験結果に基づき解析モデルを構築することとした。本論文では高減衰積層ゴム支承に関する実験結果について述べ、解析モデルの構築を行う。本実験では直径 700mm の試験体で破断が生じているが、本論文で構築する解析モデルは破断が生じない範囲での適用を目的としたものである。

なお、本研究は超高層免震建物の地震における実大免震支承部材の性能を調べるために行った一連の実験[注 1)]の一部である。

２．実験概要

(1) 試験体

高減衰積層ゴムとして荷重履歴依存性の小さい改良タイプ [7] を用いた。試験体は直径 1300mm と直径 700mm の２サイズ各１体、計２体である。大きいサイズは試験機の能力を最大限使うサイズとし

* 竹中工務店技術研究所　主任研究員・博士(工学)　Chief Researcher, Research and Development Institute, Takenaka Corporation, Dr. Eng.
** 竹中工務店技術研究所　研究員・博士(工学)　Researcher, Research and Development Institute, Takenaka Corporation, Dr. Eng.
*** 竹中工務店技術研究所　マネージャー・工修　Senior Manager, Research and Development Institute, Takenaka Corporation, M. Eng.
**** 東京工業大学　教授・工博　Prof., Tokyo Institute of Technology, Dr. Eng.

た。小さいサイズは、超高層免震建物における使用径の最小値として位置付けられ、かつ大せん断ひずみにおける特性確認を目的としたものである。２次形状係数 S2 はともに 5.0 である。表１に試験体の仕様をまとめる。

(2) 試験装置

米国カリフォルニア大学サンディエゴ校（UCSD）の大規模実験装置を用いて実施した。装置概念図および試験機の仕様を図１および表２に示す。本装置は鉛直アクチュエータで加力テーブルを下から突き上げた状態で、４本の水平アクチュエータにより水平２方向に動的加力可能である。

(3) 加力パターン

加力は 14Mpa の面圧に相当する一定軸力を載荷した状態で水平１軸および２軸に変形させて行う。

水平２軸加力時の加力パターンを表３に示す。X方向変位の振幅は、第１ ループを目標最大変位のほぼ 1/2、第２、第３ループを目標最大変位とした。Y方向は目標最大変位をX方向のほぼ1/2とし、位相を変えながら図２に示すような形状のオービットを描かせた。図３に X、Y それぞれの方向の変位を示す。全載荷は 900 秒をかけており準静的載荷という位置付けである。図２、図３はそれぞれ $HDR_{X6}1300$ に対するものであるが $HDR_{X6}700$ も若干振幅が異なる点を除き同様である。

水平１軸加力時はY方向を固定し図３に示すX方向のみで加力を行った。面圧は２軸加力時と同様である。

３． 実験結果

水平１軸加力および水平２軸加力における各方向の荷重変形関係を比較して、$HDR_{X6}700$ の結果を図４に、$HDR_{X6}1300$ の結果を図５にそれぞれ示す。$HDR_{X6}700$、$HDR_{X6}1300$ ともに直交方向に加力することにより荷重変形関係において、変位折り返し点でのピークが丸みを帯び、全体的に履歴ループがふくらむ傾向が見られる。また、水平２軸加力時の Y 方向については、荷重極大値が変位０付近で生じるなど、奇異な復元力形状を示す。

表１　試験体仕様

試験体名	外径	内径	内部ゴム	ゴム種※	内部鋼板	鋼種	総高さ	S2	S1
$HDR_{X6}700$	700mm	15 mm	4.7mm×30 層	X0.6	3.1mm×29 層	SS400	286.9mm	4.96	36.4
$HDR_{X6}1300$	1300 mm	30 mm	8.7mm×30 層	X0.6	4.4mm×29 層	SS400	468.6mm	4.98	36.5

※ゴム種はブリヂストン社規格

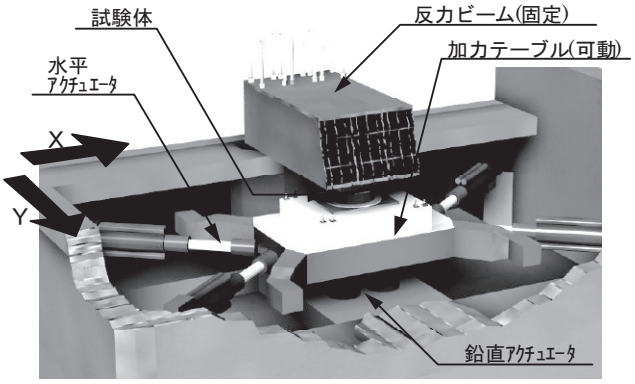


図１　実験装置概念図

表２　試験機仕様（公称値）

鉛直荷重	水平荷重※	水平変位※	水平速度※
53400kN	8900kN	1200mm	1800mm/s

※長軸（X）方向の値。短軸（Y）方向はこれらの 1/2。

表３　水平２軸加力パターン

試験体	面圧	振幅（X方向）	振幅（Y方向）
$HDR_{X6}700$	14MPa（一定）	280mm→550mm	140mm→280mm
$HDR_{X6}1300$	14MPa（一定）	300mm→600mm	150mm→300mm

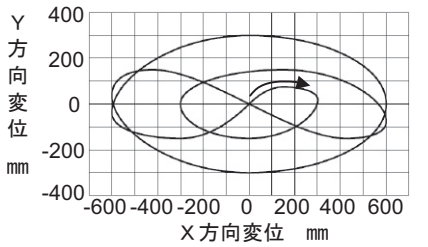


図２　２軸変位オービット($HDR_{X6}1300$)

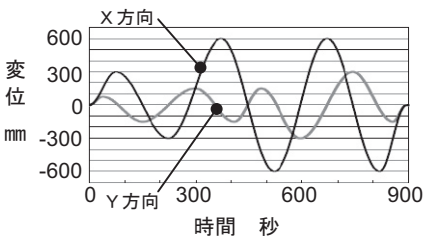


図３　変位波形($HDR_{X6}1300$)

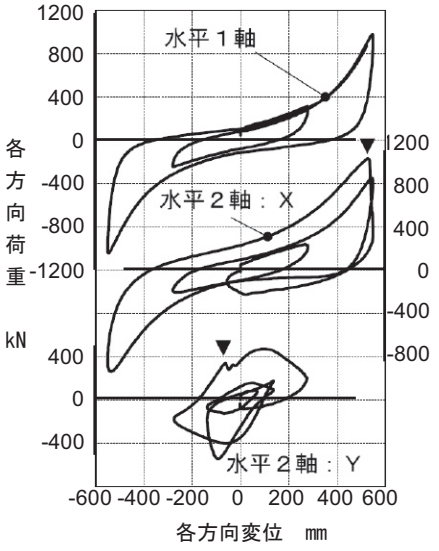


図４　加力実験結果($HDR_{X6}700$)

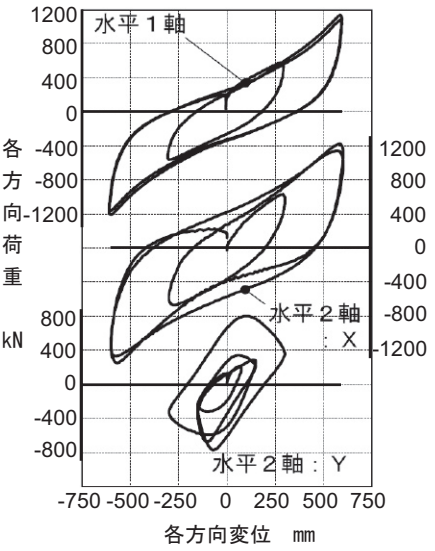


図５　加力実験結果($HDR_{X6}1300$)

なお HDRx6700 においては、水平１軸加力では安定した変形を示していたが、水平２ 軸試験においては図中に▼で示す時点で、上下両フランジから数えてそれぞれ２層目のゴム層の大部分（約73%）に破断が生じた。最大せん断ひずみ 394%を２回（正負各１回）経験した後にせん断ひずみ 380%に相当する変形で破断した。このため加力は破断後Ｘ方向変位が０になった時点で終了した（図６参照）。

破断による鉛直変位の変化はみられず、破断直後の鉛直力の低下も 1%以下であったことから破断後も鉛直支持能力を有しているといえる。破断直後の水平復元力はＸ方向について 51%に、Ｙ方向について 71%になったが、図４に示すように破断後も特に不安定な履歴性状を示していない。

この積層ゴム製品の限界水平変形の基準値は，免震材料の技術的基準に関する告示[8] に従い、二軸せん断試験（鉛直荷重＋水平１方向載荷）に基づきせん断ひずみ 400%に相当する値として定められているが、水平２ 軸変形の繰返しにより基準値以下の変形でも破断が生じる可能性を示す結果となった。免震建築物の構造方法に関する告示[1] で行われているように、水平１軸試験による知見の限界を考慮して設計限界水平変位を適切に設定することが工学的に重要であることを示す結果である。

この破断の原因は水平 ２ 軸変形に伴い積層ゴム内部にねじれ変形が発生し局部的なせん断ひずみが増加したことによると考えられる。図６および図７に水平２ 軸試験時の各変位位置における復元力の向きおよび大きさを矢印で示した。図６は HDRx6700、図７は HDRx61300 に対する結果である。特性が線形であれば載荷経路によらず復元力は常に原点に向かうが、非線形の特性をもつ場合、載荷経路によっては復元力が円周方向に成分を持つことでねじれモーメントが発生し、その結果積層ゴム内部にねじれ変形を生じる。図８に加力中における積層ゴムの変形の様子を示す。被覆ゴムの変形線を点線で加筆したが、純粋なせん断変形ではなく積層ゴム高さ方向によって変形量に差があることがわかる。図８とは反対側の面の観察により、この差は積層ゴム高さ方向中央部が鉛直軸周りに回転している（ねじれている）ことを確認している。

高減衰積層ゴムは材料自体が元来非線形性を有する。特に今回は非線形性の強い領域まで実験を行っており、その影響が大きく出たものだと考えられる。以上のように、非線形特性が強く現れる領域

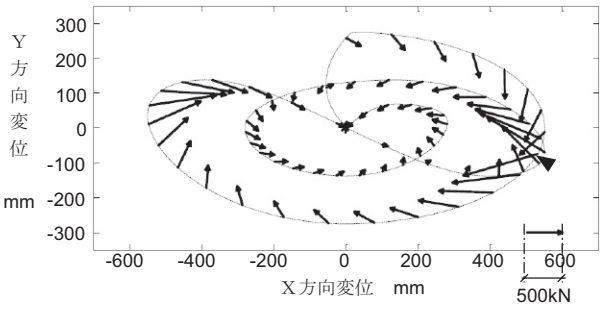


図６　復元力の向き(HDRx6700)

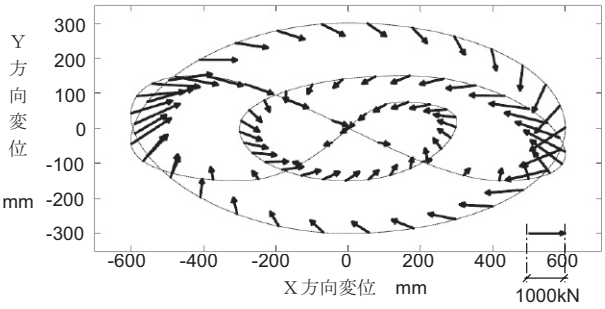


図７　復元力の向き(HDRx61300)

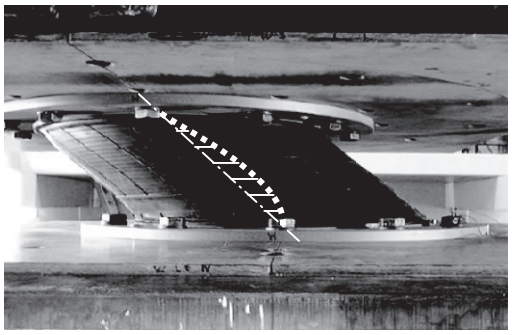


図８　積層ゴムの変形(HDRx6700)

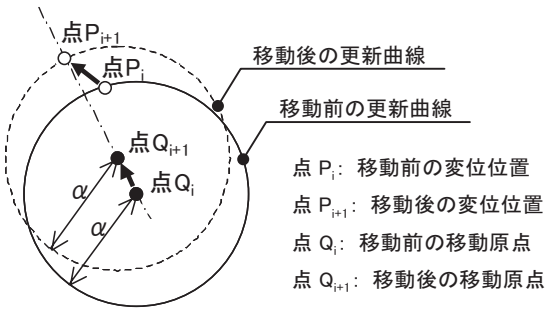


図９　移動原点の移動方法定義

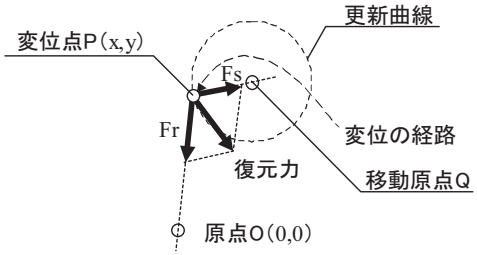


図 10　復元力の分離

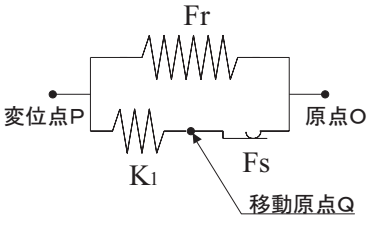


図 11　モデルの構成

で材料を用いる場合、１方向に対するモデル化では不十分であり、２方向を精度よくモデル化することが重要である。

なお、本論文ではモデル化の対象を破断するまでの範囲とし破断後のデータは用いない。破断後のゴムの挙動については今後の課題とする。

４．モデル化

(1) 同定手法

図６および図７の観察から、水平２方向加力時の復元力は原点に向かう力と略進行方向逆向きの力からなると考え、以下①～③からなる同定手法およびモデルを提案する。

①各変位位置における復元力を原点に向かう力 *Fr* と、②で定義する「移動原点」に向かう力 *Fs* に分解する。

②移動原点は半径 α の円（更新曲線）を伴って移動するもので、変位位置が更新曲線上から外部に移動する際に図 9 にように移動するものとする。更新曲線内に変位位置がある場合は移動しない。

③*Fr* と *Fs* について個別に同定を行う。

力 *Fr* と力 *Fs* の分離について図 10 に概念を示す。この提案手法において分離されるそれぞれの力の意味として、概ね、*Fr* は弾性的な特性、*Fs* はエネルギーを吸収する(弾)塑性および粘(弾)性的な特性を表すと考えている。

モデル全体としては図 11 のような構成になる。ここで *Fr* および *Fs* はそれぞれの力に対応する要素を図示した。K_1 は更新曲線に対応するバネを表現したもので $Fs = K_1 \times \alpha$ となる。本論文におけるモデル化では同定のし易さから更新曲線の形状を一定、すなわち α を定数とした。従って、*Fs* は一般に定数ではないため K_1 は *Fs* に応じて変化するバネとなる。なお、α は解析モデルにおける水平１方向加力時の折れ点変位に相当する。

以下に定式化を行う。

まず、原点を *O*、移動原点を *Q*、変位点を *P* とする。変位点から原点および移動原点に向かう単位ベクトルをそれぞれ **u**、**v** と表せば、$X \neq O$ かつ $X \neq Q$ として、

$$\mathbf{u} = \frac{\overrightarrow{PO}}{|PO|}, \qquad \mathbf{v} = \frac{\overrightarrow{PQ}}{|PQ|} \tag{1), (2)}$$

ここに、矢印は２点間のベクトルであることを示し、記号｜｜は絶対値を表す。

変位点 *P* において計測で得られるＸ方向復元力を *Fx*、Ｙ方向の復元力を *Fy* とし、これらを原点方向および移動原点方向に向かう力に分解した力をそれぞれ *Fr* および *Fs* とすれば、

$$\begin{Bmatrix} Fx \\ Fy \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}' & \mathbf{v}' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Fr \\ Fs \end{Bmatrix} \tag{3}$$

となる。従って、**u** と **v** が平行でないならば、

$$\begin{Bmatrix} Fr \\ Fs \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}' & \mathbf{v}' \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} Fx \\ Fy \end{Bmatrix} \tag{4}$$

として *Fr* および *Fs* を得ることができる。ここに、$\mathbf{u}'$ は **u** の転置を表し、[　]$^{-1}$は［　］の逆行列を表す。

移動原点は変位点の移動に応じて逐次移動する。いま、変位点が P_i から P_{i+1} に移動するとき、移動原点 Q_i は下記の式に従い Q_{i+1} に移動する。

$|Q_iP_{i+1}| \leq \alpha$ のとき

$$\overrightarrow{OQ_{i+1}} = \overrightarrow{OQ_i} \tag{5}$$

$|Q_iP_{i+1}| > \alpha$ のとき

$$\overrightarrow{OQ_{i+1}} = \overrightarrow{OP_{i+1}} - \alpha\,\mathbf{w} \tag{6}$$

ここに **w** は Q_i から P_{i+1} に向かう単位ベクトル

$$\mathbf{w} = \frac{\overrightarrow{Q_iP_{i+1}}}{|Q_iP_{i+1}|} \tag{7}$$

であり、α は更新曲線（円）の半径である。

(2) 同定結果

HDRx6700 および HDRx61300 の水平２方向加力時の実験結果を用いてそれぞれ *Fr* および *Fs* に分離した。分離に際し、それぞれの方向のなす角度が－15 度～15 度および 165 度～195 度の範囲にあるデータは分離の精度が低いと判断して除外した。

結果を、横軸を積層ゴム全体としてのゴムのせん断ひずみ ε （＝原点から変位点までの距離をゴム総厚で除したもの)、縦軸をそれぞれ断面積 *A* で除して応力 σr（$=Fr/A$）および σs（$=Fs/A$）として整理した。

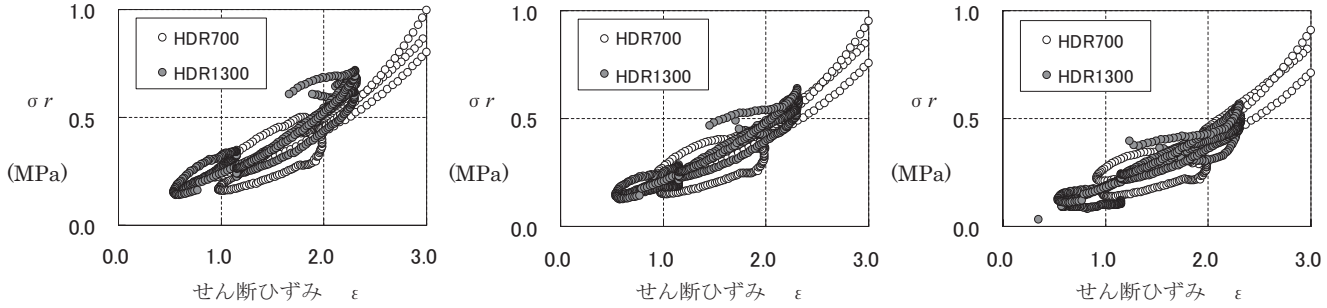
更新曲線の半径 α の値を積層ゴムのせん断ひずみ 15%、25%、35%に対応する値として σr を算出した結果を図 12 にそれぞれ示す。α の増加に従い、σr は全体的に小さくなる傾向にある。試験体寸法の異なる２体の試験結果を１つの図に重ねて示しているが、いずれの α に対しても試験体寸法にかかわらず両者の結果はよく一致し、またデータのばらつきについても大差ない。このように、図示した α の範囲ではいずれの値を用いても σr に関してそれぞれ合理的な同定を行うことができると推察されるが、α を積層ゴムのせん断ひずみ 25％に対応する値（HDRx6700 について α ＝35.25mm、HDRx61300 について α ＝65.25mm）とする場合に試験体寸法の異なる両者の試験結果が最もよく整合すると判断した。本論文では α としてこの値を用いる。

このときの原点方向の応力 σr を図 13（図 12(b)と同じデータ)、移動原点方向の応力 σs を図 14 に示す。σs の値も試験体寸法の違いによらずよく整合している。実験結果に基づき同定したモデルを図中実線で示し、その式を図の下の枠内に示す。

(3) 荷重変形曲線の比較

それぞれ個別に同定された力 *Fr* と *Fs* のベクトル和により、水平２軸の復元力が求まる。この力をＸ方向およびＹ方向の成分に分解して試験で計測した各方向の荷重変形関係と比較する。図 15 に HDRx6700 の結果、図 16 に HDRx61300 に対する結果を示す。HDRx6700 は破断直前までのデータを用いて示している。解析モデルは実験結果をよく模擬している。特に、Ｙ方向の特異な履歴形状もよく再現しているといえる。

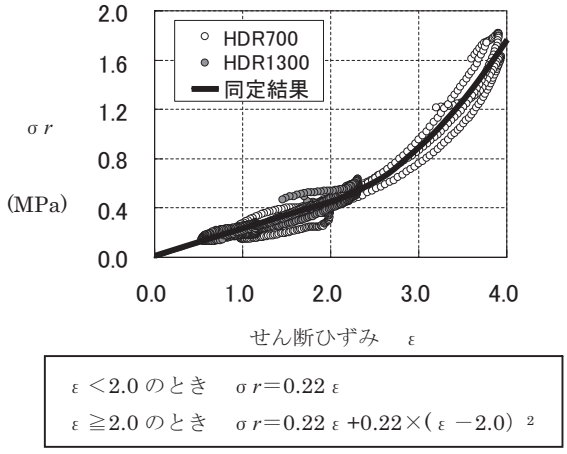
同様に水平１軸加力時の試験結果に対して比較を行った。結果を図 17 および図 18 に示す。解析モデルは水平２軸加力の試験結果の



(a) α =0.15H　　(b) α =0.25H　　(c) α =0.35H

(H はゴム総厚さを示し、$HDR_{X6}700$ について 141mm、$HDR_{X6}1300$ について 261mm)

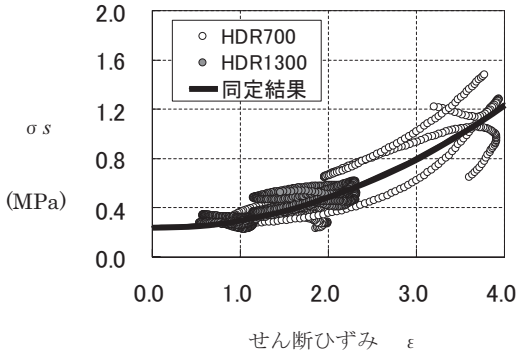
図 12　α の違いによる σr の評価の違い



$\varepsilon < 2.0$ のとき　$\sigma r = 0.22\,\varepsilon$

$\varepsilon \geqq 2.0$ のとき　$\sigma r = 0.22\,\varepsilon + 0.22 \times (\varepsilon - 2.0)^2$

図 13　原点方向の応力



$\sigma s = 0.25 \times (1 + 0.25 \times \varepsilon^2)$

図 14　移動原点方向の応力

みに基づき同定したものであるが、1 軸加力時の試験結果をよく模擬している。特に、1 軸加力に比べ 2 軸加力では変位折り返し点でのピークが丸みを帯び、全体的にふくらみを帯びる傾向が見られるという実験結果の特徴がこの解析モデルの比較においても観察される。図 18 において、若干、解析と試験で差が見られるが、これは同定の際に $HDR_{X6}700$ と $HDR_{X6}1300$ をあわせて処理した結果、モデルが高ひずみ領域で整合するよう同定されたため、比較的ひずみの小さい $HDR_{X6}1300$ で誤差が生じたものと考えられる。

5．考察

本論文で用いた試験結果は準静的載荷の結果である。当高減衰積層ゴムは水平 1 方向加力について、実速度と準静的で特性が大きくは変わらないことを確認しているが、より正確に評価するためには速度項もしくは速度による補正項を入れる必要がある。

本論文で提案した手法によれば原点方向に向かう、いわば本質的な弾性特性による力 *Fr* とその他主として減衰特性にかかわる力 *Fs* を分離することができる。この 2 つの力はその出現機構が異なると考えており、それぞれ影響を与える因子に対して個別に同定を行うことで精度が向上すると思われる。例えば、積層ゴムに作用する面圧や温度、繰り返しなどが *Fr* の特性に与える影響と *Fs* の特性に与える影響にはそれぞれ差が有り、分離することでそれぞれの因子の寄与が明らかになると考えられる。

1 方向載荷の場合にもこの *Fr* と *Fs* は出現しているのであるがその力の作用方向が一致しているため合理的に分離することができない。2 方向加力試験を行うことによりこれらの力を合理的に分離することができるため、最終的に 1 方向の特性を知りたい場合にも 2 方向加力試験を行うことが有意義になる。このように今後非線形性の強い材料については水平 2 方向加力試験の重要性が増すと思われる。

6．まとめ

実大の高減衰積層ゴム支承を用いて水平 2 軸加力の試験を行い、その結果を水平 1 方向加力の結果と比較して示した。2 方向に加力することで履歴ループが膨らむこと、特に加力短軸方向は原点付近で最大になるような特異な履歴形状を呈することが分かった。

試験結果に基づき、新たに提案する 2 方向モデルおよびその同定法を適用し、その有効性を示した。同定されたモデルは加力短軸方向の特異な履歴形状もよく再現する。また、1 軸加力試験結果ともよく対応しており、2 軸と 1 軸の違いを包括的に説明可能なモデルであるといえる。

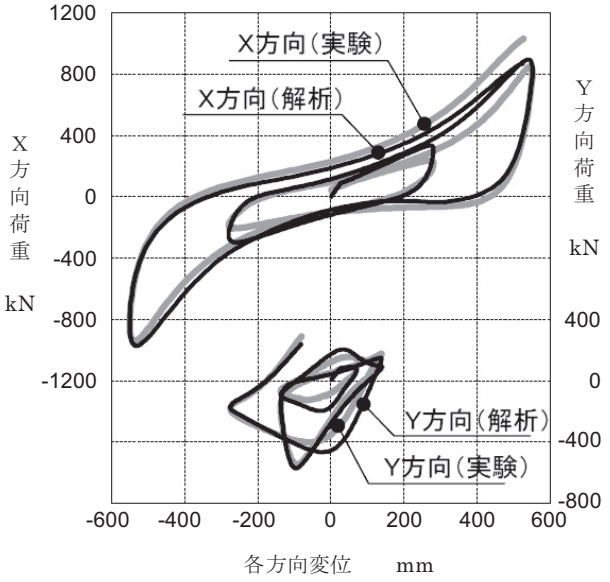


図 15　水平２方向加力時の荷重変形曲線の比較($HDR_{X6}700$)

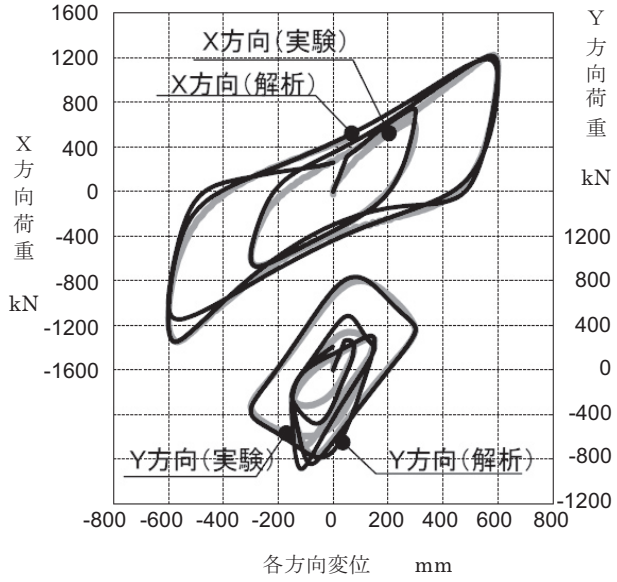


図 16　水平２方向加力時の荷重変形曲線の比較($HDR_{X6}1300$)

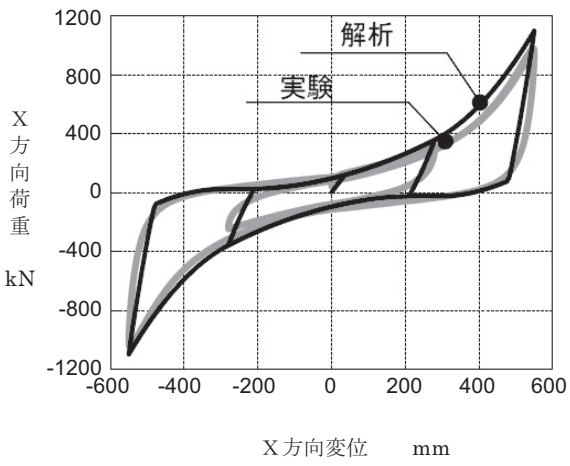


図 17　水平１方向加力時の荷重変形曲線の比較($HDR_{X6}700$)

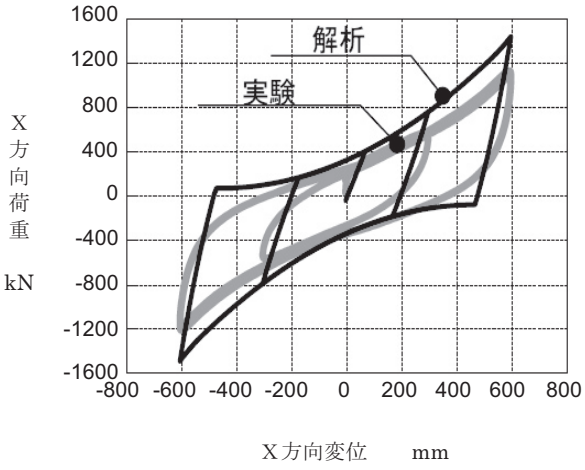


図 18　水平１方向加力時の荷重変形曲線の比較($HDR_{X6}1300$)

なお､本論文では高減衰ゴムを対象として提案手法を適用したが､鉛プラグ入り積層ゴムやさらには天然ゴム系積層ゴムでも非線形が強い領域では有効に適用可能である。これらの結果および先に述べた面圧依存に対する検討結果については今後報告を行う予定である。

参考文献

1) 建設省告示：免震建築物の構造方法に関する安全上必要な技術的基準を定める等の件，平成 12 年第 2009 号，2000 年 10 月 17 日

2) 藤田隆史，鈴木重信，藤田聡：建物免震用の高減衰積層ゴムに関する研究 ： 第 1 報，履歴復元力の基本特性と解析モデル，日本機械学会論文集，C編，Vol. 56，No. 523，pp. 658-666，1990. 3

3) 水越薫，八坂厚彦，飯塚真巨，竹中康雄，藤本信夫，前田祥三：建築の免震防振構法の開発（その 13）水平２軸加力実験のシミュレーション解析，日本建築学会大会学術講演梗概集，B，pp. 397-398, 1988. 10

4) 岩田秀治，家村浩和，青木利昭，杉山公一，鵜野禎史：大規模自由通路橋の２方向免震支承のハイブリッド地震応答載荷実験，第 10 回日本地震工学シンポジウム論文集，Vol. 1，pp. 207-212, 1998. 11

5) 杉山公一，関松太郎：高減衰積層ゴムの準動的せん断加力実験，日本建築学会大会学術講演梗概集，B2，pp. 547-548, 1998. 9

6) 阿部雅人，吉田純司，藤野陽三：免震用積層ゴム支承の水平 2 方向を含む復元力特性とそのモデル化，土木学会論文集 No. 696，pp. 125-144, 2002. 1

7) 室田伸夫，菊地隆志，西村圭司，奥津宣幸，鍬本賢二，鈴木重信：荷重履歴依存性を改良した新高減衰積層ゴムの開発(その１～２)，日本建築学会大会学術講演梗概集，B2，pp. 879-882，2007. 8

8) 建設省告示：建築物の基礎、主要構造部等に使用する建築材料並びにこれらの建築材料が適合すべき日本工業規格又は日本農林規格及び品質に関する技術的基準を定める件，平成 12 年第 1446 号，2000 年 5 月 31 日

注

注 1) この一連の実験については 2009 年 3 月に刊行予定の構造工学論文集(Vol. 55B) に「超高層免震建物の地震応答を想定した実大免震支承部材の性能確認試験」と題して投稿中（著者：嶺脇重雄，山本雅史，東野雅彦ほか）である。

付録

第４節(2)において、復元力を原点方向の力 *Fr* と移動原点方向の力 *Fs* に分離する際に、それぞれの方向のなす角度が－15 度～15 度および 165 度～195 度の範囲にあるデータは分離の精度が低いと判断して除外した。この点について考察を加える。

以下では記号がベクトルを表すことを明示するために太字で表す。いま、力 **Fr** と **Fs** が角度 θ をなしている状態を考え、この合力 **F** に誤差 **e** が加わった力 **F'**を計測データとして得るものとする。

$$\mathbf{F'} = \mathbf{F_r} + \mathbf{F_s} + \mathbf{e} \qquad \text{(A1)}$$

この力 **F'**を **Fr** 方向の力と **Fs** 方向の力に分離することを考えると、**Fr** ＋ **Fs** の項はそれぞれ **Fr** および **Fs** に正しく分解され、結局は誤差項 **e** が各方向に分離されることになる。いま、誤差が半径 e の円上に一様に分布しているとする。

$$\mathbf{e} = (e\sin\lambda,\quad e\cos\lambda) \qquad 0 \le \lambda < 2\pi \qquad \text{(A2)}$$

誤差に方向性を考えないため、**Fr** の方向をＸ軸の正の方向としても一般性を失わない。このとき、変位点から原点に向かう単位ベクトル **u** および変位点から移動原点に向かう単位ベクトル **v** はそれぞれ、

$$\mathbf{u} = (1,\quad 0) \qquad \text{(A3)}$$

$$\mathbf{v} = (\cos\theta,\quad \sin\theta) \qquad \text{(A4)}$$

となる。従って、**u** 方向および **v** 方向に分離された誤差をそれぞれ Er および Es とすれば、(4)式と同様に、

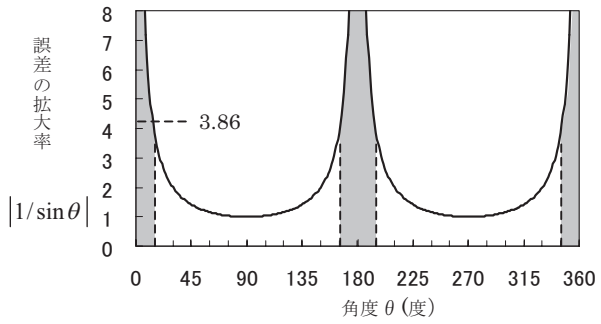
$$\begin{Bmatrix} Er \\ Es \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}' & \mathbf{v}' \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} e\sin\lambda \\ e\cos\lambda \end{Bmatrix}$$

$$= \frac{1}{\sin\theta} \begin{bmatrix} \sin\theta & -\cos\theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e\sin\lambda \\ e\cos\lambda \end{Bmatrix}$$

$$= \frac{1}{\sin\theta} \begin{Bmatrix} -\cos(\lambda+\theta) \\ \cos\lambda \end{Bmatrix} e \qquad \text{(A5)}$$

以上から、$0 \le \lambda < 2\pi$ における平均値として誤差を評価すれば、**u** 方向および **v** 方向に分離された誤差は分離される前のＸ方向およびＹ方向の誤差の $\left|1/\sin\theta\right|$ 倍になることがわかる。これは、誤差の尺度が絶対値の平均であるか RMS 値かによらない。

図Ａ1 に $\left|1/\sin\theta\right|$ のグラフを示す。図中網掛け部は第４節(2)において、分離の精度が低いと判断して除外した範囲に相当する。誤差の拡大率が 3.86 倍以上のものを除外したことになる。



図Ａ１　力の分離による誤差の拡大率

（2008年10月10日原稿受理，2008年12月26日採用決定）